

# Interne Wellen in den Straßen von Gibraltar und Messina

Eine Untersuchung mit numerischen Modellen  
und Radarbildern der ERS-1/2 Satelliten

Dissertation  
zur Erlangung des Doktorgrades der Naturwissenschaften  
im Fachbereich Geowissenschaften  
der Universität Hamburg

vorgelegt von

**Peter Brandt**

aus Merseburg

Hamburg, 1996

Als Dissertation angenommen vom Fachbereich  
Geowissenschaften der Universität Hamburg

auf Grund der Gutachten von *Professor Dr. Werner Alpers*  
und *Professor Dr. Jan O. Backhaus*

Hamburg, den 26. Juni 1996

*Professor Dr. Martin Dunst*  
(Sprecher des Fachbereichs Geowissenschaften)

# Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden neue numerische ozeanische Zweischichtenmodelle zur Beschreibung der Dynamik der Wassermassen in den Straßen von Gibraltar und Messina vorgestellt. Diese Modelle simulieren die Erzeugung von internen Wellen — oder genauer von internen Boren — und ihren Zerfall in Pakete interner solitärer Wellen. Die mit den Modellen berechneten Oberflächenkonvergenzmuster werden mit Oberflächensignaturen interner Wellen verglichen, die auf Radarbildern der europäischen Fernerkundungssatelliten ERS-1 und ERS-2 (ERS=„European Remote Sensing Satellite“) sichtbar sind. Die Radarbilder wurden mit den identischen Radargeräten mit synthetischer Apertur („Synthetic Aperture Radar“=SAR) an Bord dieser beiden Satelliten über den Straßen von Gibraltar und Messina aufgenommen und ermöglichen eine systematische Analyse der beobachteten internen Wellenfelder.

Die numerischen ozeanischen Modelle beschreiben die Strömung eines zweigeschichteten Wasserkörpers durch einen Kanal mit realistischem Tiefenprofil und realistischer Breite. Sie sind nur von einer Raumkoordinate (in Richtung der Kanalachse) abhängig. In den Modellen wird Bodenreibung, Reibung zwischen den Schichten und horizontale Diffusion berücksichtigt. Die Modelle beschreiben sowohl eine Amplituden-Dispersion der internen Wellen aufgrund nichtlinearer Effekte als auch eine Frequenz-Dispersion aufgrund schwach nichthydrostatischer Effekte.

Das ozeanische Modell der Straße von Gibraltar wird durch eine Höhendifferenz der mittleren Tiefe der Dichtesprungschicht an den beiden offenen Rändern zum Atlantik und zum europäischen Mittelmeer und durch halbtägige Oszillationen des barotropen Transports angetrieben. Dieses Modell beschreibt

- die mittlere Strömung und die Gezeitenströmung durch die Straße von Gibraltar,
- die Variation der Tiefe der Dichtesprungschicht innerhalb eines Gezeitenzyklus,
- die Erzeugung von Depressionen der Dichtesprungschicht an den westlichen Seiten der Schwellen innerhalb der Straße von Gibraltar,
- die Entwicklung von starken ostwärts propagierenden internen Boren und
- ihren Zerfall in Pakete interner solitärer Wellen.

Die berechneten Oberflächenkonvergenzmuster, die mit internen Depressionen, internen Boren und internen solitären Wellen verbunden sind, werden mit Oberflächen-signaturen, die auf Radarbildern sichtbar sind, verglichen. Insgesamt wurden für diese Arbeit 155 ERS-1 SAR-Bilder analysiert, die während 94 Satellitenüberflügen über die Straße von Gibraltar und die angrenzenden Meeresgebiete im Zeitraum von Januar 1992 bis März 1995 aufgenommen wurden. Es wird gezeigt, daß das Modell in der Lage ist, sowohl die beobachtete räumliche und zeitliche Entwicklung der Oberflächensignaturen, die durch ostwärts propagierende interne Wellen verursacht werden, als auch die beobachtete Ost-West-Asymmetrie des internen Wellenfeldes zu erklären.

Das ozeanische Modell der Straße von Messina wird benutzt, um die Messungen mit dem ERS-1/2 SAR über der Straße von Messina und den angrenzenden Meeresgebieten im Zeitraum von Dezember 1992 bis Dezember 1995 zu interpretieren. Die Analyse dieser ERS-1/2 SAR-Bilder, die während 160 Satellitenüberflügen über die Straße von Messina aufgenommen wurden, zeigt, daß

- sowohl nordwärts als auch südwärts propagierende interne Wellen in der Straße von Messina erzeugt werden,
- südwärts propagierende interne Wellen häufiger beobachtet werden als nordwärts propagierende interne Wellen,
- die Oberflächensignaturen südwärts und nordwärts propagierender interner Wellen in dem Zeitraum stärker sind, in welchem die Existenz einer starken saisonalen Thermokline bekannt ist, d.h. im Sommer,
- südwärts propagierende interne Boren sich im Zeitraum zwischen 1 und 5 Stunden nach maximaler nordwärts gerichteter Gezeitenströmung von der Schwelle lösen,
- nordwärts propagierende interne Boren sich im Zeitraum zwischen 2 und 6 Stunden nach maximaler südwärts gerichteter Gezeitenströmung von der Schwelle lösen und
- die Abstände zwischen den ersten beiden internen solitären Wellen in südwärts propagierenden Wellenpaketen in den Monaten von Juli bis September kleiner sind als in den Monaten von Oktober bis Juni.

Die Modellrechnungen ermöglichen eine Interpretation verschiedener Besonderheiten des beobachteten internen Wellenfeldes in der Straße von Messina wie z.B. der Nord-Süd-Asymmetrie des internen Wellenfeldes, der Zeit des Loslösens der internen Boren von der Schwelle, der Ausbreitungsgeschwindigkeit und des Abstandes zwischen den ersten beiden internen solitären Wellen eines Wellenpakets.

Die Erzeugung und Ausbreitung interner Wellen verläuft in den Straßen von Gibraltar und Messina analog: Bei starker Gezeitenströmung entsteht stromabwärts

von der Schwelle eine Depression der Dichtesprungschicht, die sich nach dem Umschlagen der Gezeitenströmung in eine interne Bore entwickelt. Diese interne Bore propagiert entgegen der Richtung der Gezeitenströmung, durch die sie erzeugt wurde, und zerfällt in ein Paket interner solitärer Wellen. Die Untersuchung der internen Wellenfelder in den Straßen von Gibraltar und Messina macht folgende wesentliche Unterschiede in der Erzeugung interner Wellen in diesen Straßen deutlich: (1) In der Straße von Gibraltar ist die mittlere Austauschströmung zwischen dem Atlantik und dem Mittelmeer von der gleichen Größenordnung wie die Gezeitenströmung. Dadurch werden starke ostwärts propagierende, aber nur sehr schwache westwärts propagierende interne Boren erzeugt. Da in der Straße von Messina die mittlere Strömung klein gegenüber der Gezeitenströmung ist, werden in dieser Straße sowohl nordwärts als auch südwärts propagierende interne Boren erzeugt. (2) In der Straße von Gibraltar wird die Dichteschichtung während des gesamten Jahres durch die Wassermassen des Atlantiks (obere Schicht) und des Mittelmeeres (untere Schicht) bestimmt. In der Straße von Messina ist dagegen die permanente Dichteschichtung durch verschiedene Wassermassen schwach. In dieser Straße entwickelt sich insbesondere in den Sommermonaten eine starke saisonale Thermokline, die in dieser Zeit die Dichteschichtung bestimmt. So werden in der Straße von Gibraltar während des gesamten Jahres ostwärts propagierende Pakete interner solitärer Wellen beobachtet, in der Straße von Messina ist dagegen eine starke saisonale Variabilität des internen Wellenfeldes zu erkennen: In den Sommermonaten werden oft Pakete interner solitärer Wellen beobachtet, in den Wintermonaten aber nur sehr selten.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>6</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>9</b>
2.1	Hydrodynamik langer nichtlinearer interner Wellen . . . . .	9
2.2	Radar-Abbildungsmechanismus interner Wellen . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Die Straße von Gibraltar</b>	<b>19</b>
3.1	Einleitung . . . . .	19
3.2	Das Modell . . . . .	23
3.3	Das numerische Verfahren . . . . .	26
3.4	Modelltest: Austauschströmung . . . . .	29
3.5	Simulation interner Wellen in der Straße von Gibraltar . . . . .	34
3.5.1	Modellparameter . . . . .	34
3.5.2	Ergebnisse der Simulationen . . . . .	36
3.6	ERS-1 Radarbilder und ihr Vergleich mit Modellrechnungen . . . . .	42
3.7	Zusammenfassung und Schlußfolgerungen . . . . .	51
<b>4</b>	<b>Die Straße von Messina</b>	<b>53</b>
4.1	Einleitung . . . . .	53
4.2	Beobachtungen interner solitärer Wellen . . . . .	57
4.2.1	Übersicht über frühere Beobachtungen . . . . .	57
4.2.2	Radarbilder von den ERS-1/2 Satelliten . . . . .	57
4.3	Das Modell . . . . .	65
4.4	Das Erzeugungs- und Ausbreitungsmodell . . . . .	67
4.5	Modelltest . . . . .	69
4.5.1	Test des Erzeugungsmodells . . . . .	69

4.5.2	Test des Ausbreitungsmodells . . . . .	72
4.6	Simulation interner Wellen in der Straße von Messina . . . . .	76
4.6.1	Modellparameter . . . . .	76
4.6.2	Modellrechnung mit einer saisonalen Thermokline . . . . .	78
4.6.3	Modellrechnung ohne saisonale Thermokline . . . . .	80
4.7	Vergleich von Modellrechnungen mit ERS-1/2 Radardaten . . . . .	84
4.8	Zusammenfassung und Schlußfolgerungen . . . . .	87
<b>5</b>	<b>Ausblick</b>	<b>89</b>
	<b>Danksagung</b>	<b>91</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>92</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Untersuchungsgegenstand dieser Arbeit ist die Erzeugung und Ausbreitung von internen Wellen in den Straßen von Gibraltar und Messina. Interne Wellen sind Störungen der Dichteschichtung und werden in diesen Meeresstraßen durch die Wechselwirkung der Strömung von geschichtetem Wasser mit Erhebungen der Bodentopographie erzeugt. Die Untersuchung basiert auf numerischen Simulationen der Strömungsdynamik dieser Straßen und auf der Analyse von Radarbildern der europäischen Fernerkundungssatelliten ERS-1 und ERS-2, die über den Straßen von Gibraltar und Messina aufgenommen wurden.

Vom Standpunkt der physikalischen Ozeanographie stellen Meeresstraßen eine Behinderung des freien Austausches zwischen Meeresbecken dar. Durch Meeresstraßen erfolgt ein Austausch von Wassermassen mit unterschiedlichen Charakteristiken wie z.B. Temperatur, Salzgehalt und Nährstoffgehalt. Meeresstraßen sind deshalb ideale Orte für eine Untersuchung des Zustandes und der Variabilität dieser Parameter in großen Teilen des Weltozeans. Außerdem beeinflußt die Dynamik des Austausches die Zirkulation angrenzender Meeresgebiete. Diese Aspekte erklären, warum die Dynamik von Meeresstraßen seit Jahrhunderten ein zentraler Gegenstand wissenschaftlicher ozeanographischer Untersuchungen ist [Deacon, 1971]. Die Meeresstraßen sind aber nicht nur Orte des Austausches zwischen Meeresbecken: Viele verschiedene ozeanische Phänomene haben dort ihren Ursprung. So ist z.B. für viele Meeresstraßen mit starken Gezeitenströmungen die periodische Erzeugung von internen Wellen großer Amplitude typisch. Diese Störungen der Dichteschichtung zählen zu den spektakulären Erscheinungen im Weltozean, die jeden beeindrucken, der die durch interne Wellen verursachten Bänder brechender Oberflächenwellen beobachten konnte.

Von wahrscheinlich keiner anderen Meeresstraße geht solch eine Faszination aus, wie von der Straße von Gibraltar oder der Straße von Messina, die Bestandteil des europäischen Mittelmeeres sind. So ist die Straße von Gibraltar, welche die spanische Halbinsel vom afrikanischen Kontinent trennt und den Atlantischen Ozean im Westen mit dem europäischen Mittelmeer im Osten verbindet, ein mythischer Ort der abendländischen Kultur. Hier war die Grenze der Welt, und Odysseus, Sinnbild



des Wissensdurstes der Menschen, verliert sein Leben in dem Versuch, die Grenzen menschlichen Wissens mit der Durchquerung der Straße von Gibraltar zu erweitern (Dante, *Die Göttliche Komödie*, Die Hölle, 26. Gesang). Ähnlich bekannt ist die Straße von Messina, welche Sizilien von der italienischen Halbinsel trennt und das Tyrrhenische Meer im Norden mit dem Ionischen Meer im Süden verbindet, und an die sich die homerische Schilderung der furchtbaren Scylla und Charybdis knüpft (Homer, *Odyssee*, 12. Gesang, Zeilen 80-114). Scylla, ein Ungeheuer und Scheusal, das in dunkler Höhle an der Südspitze der italienischen Halbinsel haust, und Charybdis, ein nimmersattes Weib, das versenkt am Küstensaum der sizilianischen Küste fortdauernd die Wassermassen des Meeres mit großer Vehemenz einschluckt und ausstößt, sind die verdammten Töchter Neptuns, die in den mythologischen Symbolen Homers die alten Sagen der großen Gefahren, die in der Straße von Messina lauern, versinnbildlichen [Defant, 1940].

In den letzten Jahrzehnten hat das Interesse an geophysikalischen Strömungen von geschichteten Flüssigkeiten oder Gasen über Erhebungen der Topographie beträchtlich zugenommen. Die Wechselwirkung solcher Strömungen mit Hindernissen führt zu einer Vielzahl interner Störungen im Ozean und in der Atmosphäre. Insbesondere werden interne Wellen im Ozean durch die Wechselwirkung der Gezeitenströmung mit topographischen Besonderheiten wie Schwellen, Schelfkanten oder Sandbänken erzeugt. Zu den ersten Beobachtungen von gezeitenerzeugten internen Wellen gehören diejenigen von *Ziegenbein* [1969] in der Straße von Gibraltar und von *Halpern* [1970] in der Bucht von Massachusetts. Spätere Messungen haben die Existenz von gezeitenerzeugten internen Wellen an vielen Orten des Weltozeans nachgewiesen, z.B. in der Andamanen-See [*Osborne und Burch*, 1980], im Golf von Kalifornien [*Fu und Holt*, 1984], am schottischen Schelf [*Sandstrom und Elliot*, 1984], in der Sulu-See [*Apel et al.*, 1985], in der Keltischen See [*Pingree und Mardell*, 1985], in der Bucht von New York [*Liu*, 1988] und im Golf von Biskaya [*New und Pingree*, 1992]. Unter verschiedenen Meßtechniken nimmt die Fernerkundung einen bedeutenden Platz bei der Beobachtung gezeitenerzeugter interner Wellen ein. Zum Beispiel wurde 1978 die Existenz interner Wellen, die in der Straße von Messina erzeugt werden, erstmals auf einem Radarbild nachgewiesen, das vom amerikanischen Satelliten Seasat aufgenommen wurde [*Alpers und Salusti*, 1983].

Der großen Anzahl von Beobachtungen gezeitenerzeugter interner Wellen stehen eine Vielzahl von Laborexperimenten und theoretischen Untersuchungen gegenüber. Um eine theoretische Beschreibung der physikalischen Vorgänge bei der Entstehung interner Wellen zu ermöglichen, werden zumeist vereinfachte Schichtungsverhältnisse angenommen. Insbesondere wurde hierbei das Zweischichtensystem intensiv studiert. Dieses System beschreibt einen Wasserkörper, bestehend aus zwei übereinanderliegenden Wassermassen jeweils konstanter Dichte, die durch eine undurchlässige Grenzfläche voneinander getrennt sind. Die Erzeugung von internen Grenzflächenwellen in solch einem Zweischichtensystem durch die Überströmung einer Schwelle wurde z.B. von *Long* [1954] und *Baines* [1984] untersucht. Theoretische und experimentelle Untersuchungen zum Erzeugungsmechanismus von internen Wellen durch die Wechselwirkung einer Gezeitenströmung mit der Topographie wurden unter an-

deren von *Maxworthy* [1979, 1980], *Lansing und Maxworthy* [1984], *Hibiya* [1986, 1990], *Renouard und Baey* [1993] und *Gerkema und Zimmerman* [1995] durchgeführt.

Die hydrodynamische Modellierung der an einer Schwelle durch eine periodische Strömung erzeugten Störungen der Dichtesprungschicht erfolgt im allgemeinen unter Anwendung der hydrostatischen Approximation in den Bewegungsgleichungen [*Hibiya*, 1986, 1990; *Longo et al.*, 1992]. Diese Störungen der Dichtesprungschicht zeichnen sich durch ein asymmetrisches Wellenprofil und eine steile Wellenfront aus. Sie werden auch interne Boren genannt. Die Ausbreitung der Boren ist mit ihrem Zerfall in Pakete interner solitärer Wellen verbunden. Die hydrodynamische Modellierung des Zerfalls der Boren erfordert die Anwendung einer nichthydrostatischen Approximation [*Pierini*, 1989; *Gerkema und Zimmerman*, 1995]. Eine Zusammenfassung bestehender Theorien und Beobachtungen, die die Entstehung und Ausbreitung von Paketen interner solitärer Wellen beschreiben, kann man in *Apel et al.* [1995] finden.

In der vorliegenden Arbeit werden numerische Modelle vorgestellt, die in der Lage sind, neben den mittleren Strömungen und Gezeitenströmungen auch die Entstehung und Ausbreitung von internen solitären Wellen in den Straßen von Gibraltar und Messina zu simulieren. Die numerischen Modelle sind Zweischichtenmodelle, die nur von einer Raumkoordinate abhängig sind, aber viele Merkmale dreidimensionaler Modelle enthalten. So werden die Strömungen durch einen Kanal mit realistischem Tiefenprofil und realistischer Breite beschrieben. In den Modellen wird die Bodenreibung, die Reibung zwischen den Schichten und die horizontale Diffusion berücksichtigt. Die Modelle beschreiben sowohl eine Amplituden-Dispersion der internen Wellen aufgrund nichtlinearer Effekte als auch eine Frequenz-Dispersion aufgrund schwach nichthydrostatischer Effekte.

Die Ergebnisse der numerischen Berechnungen werden mit Oberflächensignaturen interner Wellen verglichen, die auf Radarbildern der europäischen Fernerkundungssatelliten ERS-1 und ERS-2 sichtbar sind. Interne Wellen sind mit einer räumlichen und zeitlichen Variation der Oberflächenströmung verbunden, die dazu führt, daß an der Meeresoberfläche Zonen erhöhter und reduzierter Rauigkeit entstehen. Solche Rauigkeitsmuster können mit dem Radar beobachtet werden. Seit dem Start des ERS-1 am 17. Juni 1991 und dem Start des ERS-2 am 21. April 1995 wurde eine große Anzahl von Radarbildern über den Straßen von Gibraltar und Messina sowie den angrenzenden Meeresgebieten aufgenommen. Viele von ihnen zeigen Oberflächensignaturen interner Wellen. Die Auswertung der Radarbilder ermöglicht eine systematische Untersuchung interner Wellenfelder in diesen Meeresgebieten.

# Kapitel 2

## Theorie

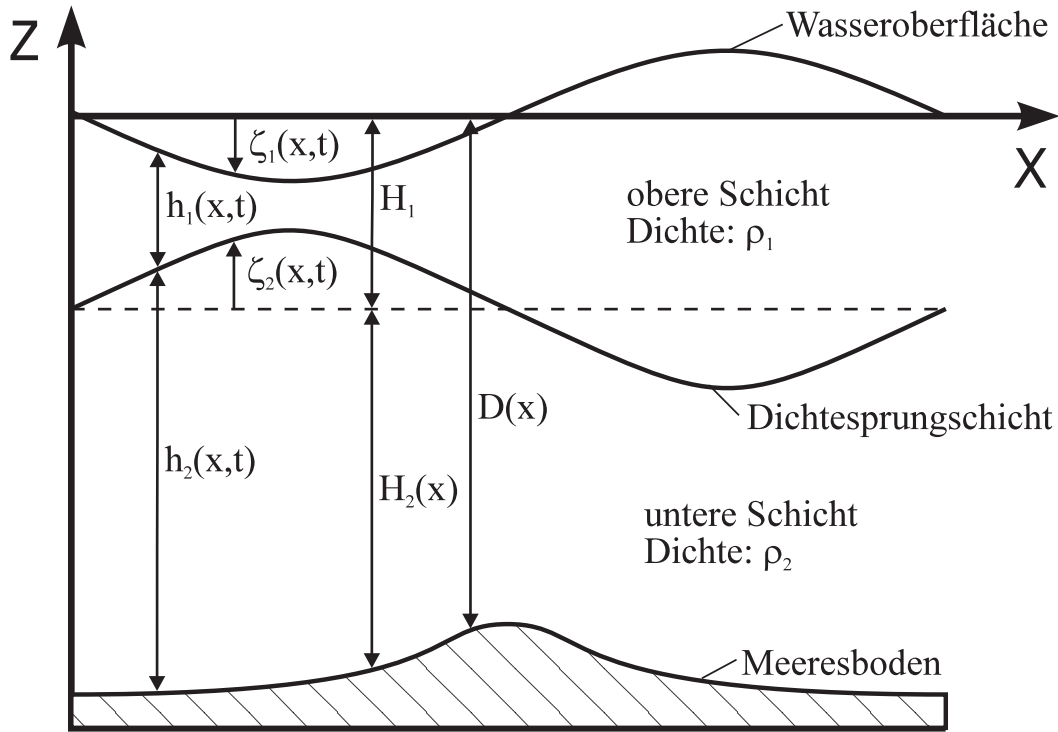
### 2.1 Hydrodynamik langer nichtlinearer interner Wellen

Lange interne Wellen sind Wellen, die sich horizontal in einem geschichteten Wasserkörper ausbreiten und deren Wellenlänge groß gegen eine charakteristische vertikale Längenskala ist. Im Fall einer kontinuierlichen Dichteschichtung kann man diese Längenskala mit  $H \sim \rho_0(d\rho_0/dz)^{-1}$  abschätzen, wobei  $\rho_0(z)$  die ungestörte Dichte als Funktion der vertikalen Raumkoordinate  $z$  ist. Im folgenden werde ich mich auf eine Dichtesprungschicht zwischen zwei Schichten mit jeweils konstanter Dichte beschränken. Dabei ergibt sich eine charakteristische vertikale Längenskala von  $H = H_1 H_2 / (H_1 + H_2)$ , wobei  $H_1$  und  $H_2$  die ungestörten Schichtdicken der oberen und unteren Schicht sind. Für die Herleitung der Gleichungen wird vorausgesetzt, daß die Flüssigkeit inkompressibel, reibungsfrei und rotationsfrei ist. Die Gleichungen sollen lange interne Wellen über einer variablen Topographie beschreiben. Das Zweischichtensystem ist in Abbildung 2.1 schematisch dargestellt. In dieser Abbildung bezeichnet  $D$  die ungestörte Wassertiefe,  $\zeta_1$  die Oberflächenauslenkung,  $\zeta_2$  die Sprungschichtauslenkung,  $h_1$  und  $h_2$  die Dicken der oberen und unteren Schicht,  $x$  und  $z$  die horizontale und vertikale Raumkoordinate und  $t$  die Zeit.

Bei der Herleitung der Bewegungsgleichungen spielen zwei dimensionslose Parameter eine entscheidende Rolle:  $\varepsilon = a/H$  und  $\mu^2 = (H/\lambda)^2$ , wobei  $a$  eine charakteristische Amplitude und  $\lambda$  eine charakteristische horizontale Längenskala der internen Welle ist. Der Parameter  $\varepsilon$  gibt das Maß der Nichtlinearität oder der Amplituden-Dispersion und  $\mu^2$  das Maß der Abweichung von einer hydrostatischen Druckverteilung oder der Frequenz-Dispersion an.

Ausgangsgleichungen sind hier die Laplace-Gleichungen für die Geschwindigkeitspotentiale  $\Phi_i$  ( $i = 1, 2$ ) beider Schichten mit den kinematischen und dynamischen Randbedingungen [Melville und Helfrich, 1987]:

$$\frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z^2} = 0 \tag{2.1}$$



**Abbildung 2.1:** Schematische Darstellung eines Zweischichtensystems. Die  $x$ -Achse ist nach Osten (Modell der Straße von Gibraltar) oder nach Norden (Modell der Straße von Messina) und die  $z$ -Achse ist nach oben (entgegen der Schwerkraftbeschleunigung  $\vec{g}$ ) gerichtet. Die ungestörte Wasseroberfläche ist durch die  $x$ -Achse und die ungestörte Dichtesprungschicht durch die gestrichelte Linie gekennzeichnet. Die Auslenkungen von Oberfläche und Sprungschicht sind mit  $\zeta_1$  und  $\zeta_2$  bezeichnet, die ungestörten Schichtdicken mit  $H_i$ , die aktuellen Schichtdicken mit  $h_i$ , die Dichten mit  $\rho_i$  ( $i = 1$  bezeichnet die Größen der oberen Schicht und  $i = 2$  die Größen der unteren Schicht) und die Zeit mit  $t$ . Die Gesamtwassertiefe ist durch  $D = H_1 + H_2$  gegeben.

$$\frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial z^2} = 0 \quad (2.2)$$

Randbedingungen an der Oberfläche,  $z = \zeta_1$  :

$$\frac{\partial \zeta_1}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} = \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \left( \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \right)^2 \right) + g \zeta_1 = 0 \quad (2.4)$$

Randbedingungen an der Sprungschicht,  $z = -H_1 + \zeta_2$  :

$$\frac{\partial \zeta_2}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} = \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial \zeta_2}{\partial t} + \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( \left( \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \right)^2 \right) \\ - \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} - \frac{1}{2} \left( \left( \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \right)^2 \right) + g' \zeta_2 = 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

Randbedingung am Boden,  $z = -D$  :

$$-\frac{\partial D}{\partial x} \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \quad (2.8)$$

wobei  $g$  die Schwerebeschleunigung ist,  $g' = g\Delta\rho/\bar{\rho}$  die reduzierte Schwerebeschleunigung,  $\Delta\rho = \rho_2 - \rho_1$  die Dichtedifferenz zwischen der unteren und der oberen Schicht und  $\bar{\rho} = (\rho_1 + \rho_2)/2$  die mittlere Dichte. Die Geschwindigkeitspotentiale  $\Phi_i$  ( $i = 1, 2$ ) sind Funktionen der horizontalen und der vertikalen Raumkoordinate  $x$  bzw.  $z$  (siehe Abbildung 2.1) sowie der Zeit  $t$ . Die Auslenkungen der Oberfläche und der Sprungschicht,  $\zeta_1$  bzw.  $\zeta_2$ , sind Funktionen von  $x$  und  $t$ , und die Dichten  $\rho_i$  ( $i = 1, 2$ ) sind konstant.

Um die Größenordnung der einzelnen Terme abschätzen zu können, werden dimensionslose Größen (durch einen Stern (\*) gekennzeichnet) eingeführt. Diese erhält man durch Skalieren mit dem charakteristischen horizontalen und vertikalen Längenmaß  $\lambda$  bzw.  $H$ , einer charakteristischen Amplitude  $a$  der internen Welle und der Phasengeschwindigkeit  $c_0 = \sqrt{g'H}$  der linearen, nichtdispersiven internen Welle:

$$x^* = \frac{x}{\lambda} \quad (2.9)$$

$$t^* = \frac{c_0 t}{\lambda} \quad (2.10)$$

$$\zeta_1^* = \frac{\bar{\rho}}{\Delta\rho} \frac{\zeta_1}{a} \quad (2.11)$$

$$\zeta_2^* = \frac{\zeta_2}{a} \quad (2.12)$$

$$[z^*, D^*, H_1^*, H_2^*] = \frac{[z, D, H_1, H_2]}{H} \quad (2.13)$$

$$[\Phi_1^*, \Phi_2^*] = \frac{H}{a\lambda c_0} [\Phi_1, \Phi_2] \quad (2.14)$$

Weiterhin soll gelten:

$$D^* = D^*(\beta x^*) \quad (2.15)$$

wobei  $\beta$  ein dimensionloser Parameter ist, der die Änderung der Bodentopographie mit der horizontalen Raumkoordinate  $x$  bezüglich der horizontalen Längenskala interner Wellen,  $\lambda$ , beschreibt. Dabei soll für die Ableitungen der Wassertiefe nach  $x$  gelten:

$$\left[ \frac{\partial D^*}{\partial(\beta x^*)}, \frac{\partial^2 D^*}{\partial(\beta x^*)^2} \right] \leq O(1) \quad (2.16)$$

Die relative Dichtedifferenz wird durch einen weiteren dimensionslosen Parameter beschrieben:  $\nu = \Delta\rho/\bar{\rho}$ .

Im folgenden werden nur noch dimensionslose Größen benutzt und aus Gründen der Übersichtlichkeit die Sterne (\*) an den Größen weggelassen. Die Gleichungen (2.1) und (2.2) werden dabei überführt in

$$\mu^2 \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z^2} = 0 \quad (2.17)$$

$$\mu^2 \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial z^2} = 0 \quad (2.18)$$

Die Randbedingungen an der Oberfläche,  $z = \nu\epsilon\zeta_1$ , lauten

$$\nu\mu^2 \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} + \nu\epsilon\mu^2 \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} = \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \quad (2.19)$$

$$\mu^2 \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} + \epsilon \frac{1}{2} \left( \mu^2 \left( \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \right)^2 \right) + \mu^2 \zeta_1 = 0 \quad (2.20)$$

die an der Sprungschicht,  $z = -H_1 + \epsilon\zeta_2$ ,

$$\mu^2 \frac{\partial \zeta_2}{\partial t} + \epsilon\mu^2 \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} = \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \quad (2.21)$$

$$\mu^2 \frac{\partial \zeta_2}{\partial t} + \epsilon\mu^2 \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \quad (2.22)$$

$$\begin{aligned} \mu^2 \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} + \epsilon \frac{1}{2} \left( \mu^2 \left( \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \right)^2 \right) \\ - \mu^2 \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} - \epsilon \frac{1}{2} \left( \mu^2 \left( \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \right)^2 \right) + \mu^2 \zeta_2 = 0 \end{aligned} \quad (2.23)$$

und am Boden,  $z = -D$ , soll gelten

$$-\mu^2 \beta \frac{\partial D}{\partial(\beta x)} \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} = \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \quad (2.24)$$

Die relative Dichtedifferenz zwischen den Wassermassen in Meeresstraßen ist im allgemeinen klein (von der Größenordnung  $O(10^{-3})$ ). Hier sollen nur die Fälle interessieren, für die  $\nu \ll 1$  gilt. Damit können alle Terme, in denen  $\nu$  auftritt, ohne Einschränkung der angestrebten Genauigkeit vernachlässigt werden. Das führt dazu, daß die Randbedingungen an der Oberfläche (2.19) und (2.20) bei  $z = 0$  betrachtet werden.

Bei der Herleitung der Gleichungen soll gelten, daß (1) die Amplituden der internen Wellen höchstens von gleicher Größenordnung wie das charakteristische horizontale Längenmaß sind ( $\varepsilon \leq O(1)$ ), (2) die Abweichung von der hydrostatischen Druckverteilung schwach ist ( $\mu^2 \ll 1$ ) und (3) die Wassertiefe eine schwach variierende Funktion der horizontalen Raumkoordinate  $x$  bezüglich der Längenskala interner Wellen ist ( $\beta \ll 1$ ). Dabei werden alle Terme der Größenordnungen  $O(1, \mu^2, \beta)$  berücksichtigt.

Zunächst wird die  $z$ -Abhängigkeit der Geschwindigkeitspotentiale in eine Potenzreihe entwickelt. Für die obere Schicht gelte

$$\Phi_1(x, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} z^n \Phi_{1,n}(x, t) \quad (2.25)$$

und für die untere Schicht

$$\Phi_2(x, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} (z + D)^n \Phi_{2,n}(x, t) \quad (2.26)$$

Im weiteren Verlauf sollen die  $\Phi_{1,n}$  als Funktionen des Geschwindigkeitspotentials an der Oberfläche,  $\Phi_{1,0}$ , und die  $\Phi_{2,n}$  als Funktionen des Geschwindigkeitspotentials am Boden,  $\Phi_{2,0}$ , dargestellt werden und dabei nur Terme bis zu einer Größenordnung von  $O(\mu^4, \mu^2 \beta)$  berücksichtigt werden.

Zunächst wird das Potential  $\Phi_1$  bestimmt. Dazu bildet man die zweiten Ableitungen von (2.25) nach  $x$  und  $z$  und setzt sie in die Laplace-Gleichung (2.17) ein. Da das Ergebnis für jedes  $z$  gilt, muß der Koeffizient jeder Potenz von  $z$  null ergeben:

$$\mu^2 \frac{\partial^2 \Phi_{1,n}}{\partial x^2} + (n+1)(n+2) \Phi_{1,n+2} = 0 \quad (2.27)$$

Für  $n = 0$  folgt dann

$$\Phi_{1,2} = -\mu^2 \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Phi_{1,0}}{\partial x^2} \quad (2.28)$$

Setzt man in die kinematische Randbedingung (2.19) die ersten Ableitungen von (2.25) nach  $x$  und  $z$  ein, erhält man  $\Phi_{1,1}$ . Durch die Vernachlässigung der Terme, in denen  $\nu$  auftritt, ergäbe sich  $\Phi_{1,1}$  zu null. Da das Modell durch Oszillationen der Oberfläche angetrieben werden soll, wird die zeitliche Änderung der Oberflächenauslenkung aber in den Gleichungen belassen. Damit beschreiben diese Gleichungen auch lineare Oberflächenwellen. Für die hier angestrebte Genauigkeit in bezug auf interne Wellen ist die zeitliche Änderung der Oberflächenauslenkung allerdings ohne Bedeutung.

$$\Phi_{1,1} = \nu \mu^2 \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} \quad (2.29)$$

Für  $n = 1$  und  $n = 2$  erhält man  $\Phi_{1,3}$  und  $\Phi_{1,4}$ . Das Geschwindigkeitspotential der oberen Schicht lautet dann

$$\begin{aligned} \Phi_1 = \Phi_{1,0} &+ z \nu \mu^2 \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} \\ &- z^2 \mu^2 \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Phi_{1,0}}{\partial x^2} \\ &+ z^4 \mu^4 \frac{1}{24} \frac{\partial^4 \Phi_{1,0}}{\partial x^4} + O(\mu^6) \end{aligned} \quad (2.30)$$

Bei analogem Vorgehen erhält man einen entsprechenden Ausdruck für das Geschwindigkeitspotential der unteren Schicht. Dabei gewinnt man  $\Phi_{2,1}$  durch Einsetzen der ersten Ableitungen von (2.26) nach  $x$  und  $z$  in die kinematische Randbedingung am Boden (2.24):

$$\begin{aligned} \Phi_2 = \Phi_{2,0} &- (z + D) \mu^2 \beta \frac{\partial D}{\partial(\beta x)} \frac{\partial \Phi_{2,0}}{\partial x} \\ &- (z + D)^2 \mu^2 \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Phi_{2,0}}{\partial x^2} \\ &+ (z + D)^4 \mu^4 \frac{1}{24} \frac{\partial^4 \Phi_{2,0}}{\partial x^4} + O(\mu^6, \mu^4 \beta, \mu^2 \beta^2) \end{aligned} \quad (2.31)$$

Mit Hilfe der beiden Gleichungen (2.30) und (2.31) kann man die Geschwindigkeitspotentiale  $\Phi_i$  ( $i = 1, 2$ ) in der Randbedingung an der Oberfläche (2.20) und in den drei Randbedingungen an der Sprungschicht (2.21)-(2.23) eliminieren. Damit hat man vier Gleichungen, die unabhängig von  $z$  sind. Führt man eine Geschwindigkeit an der Oberfläche,  $u_{1,0} = \partial \Phi_{1,0} / \partial x$ , und eine am Boden,  $u_{2,0} = \partial \Phi_{2,0} / \partial x$ , ein, so erhält man vier Gleichungen für die vier Größen  $\zeta_1, \zeta_2, u_{1,0}$  und  $u_{2,0}$ . Die mittleren Geschwindigkeiten ergeben sich durch vertikale Integration der ersten Ableitungen der Geschwindigkeitspotentiale nach  $x$  über die jeweilige Schichtdicke:

$$\bar{u}_1 = \frac{1}{H_1 - \varepsilon \zeta_2} \int_{-H_1 + \varepsilon \zeta_2}^0 \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} dz \quad (2.32)$$



$$\bar{u}_2 = \frac{1}{H_2 + \varepsilon\zeta_2} \int_{-D}^{-H_1 + \varepsilon\zeta_2} \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} dz \quad (2.33)$$

Hiermit kann man  $u_{1,0}$  und  $u_{2,0}$  aus den Gleichungen eliminieren und erhält die Verallgemeinerten Boussinesq (VB)-Gleichungen für die vier Größen  $\zeta_1, \zeta_2, \bar{u}_1$  und  $\bar{u}_2$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial t} + \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} + \varepsilon \bar{u}_1 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x} + \mu^2 \frac{h_1^2}{6} \frac{\partial^3 \bar{u}_1}{\partial x^2 \partial t} + \varepsilon \mu^2 \frac{h_1^2}{6} \bar{u}_1 \frac{\partial^3 \bar{u}_1}{\partial x^3} \\ & - \varepsilon \mu^2 \frac{h_1}{3} \frac{\partial \zeta_2}{\partial t} \frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial x^2} + \varepsilon \mu^2 \frac{h_1^2}{6} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x} \frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial x^2} - \varepsilon^2 \mu^2 \frac{h_1}{3} \bar{u}_1 \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} \frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial x^2} = 0 \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial \zeta_2}{\partial t} - h_1 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x} + \varepsilon \bar{u}_1 \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} - \nu \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} = 0 \quad (2.35)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial t} + \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} + \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} + \varepsilon \bar{u}_2 \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x} - \mu^2 \frac{h_2^2}{3} \frac{\partial^3 \bar{u}_2}{\partial x^2 \partial t} + \mu^2 \frac{h_1^2}{2} \frac{\partial^3 \bar{u}_1}{\partial x^2 \partial t} \\ & - \varepsilon \mu^2 \frac{h_2^2}{3} \bar{u}_2 \frac{\partial^3 \bar{u}_2}{\partial x^3} + \varepsilon \mu^2 \frac{h_1^2}{2} \bar{u}_1 \frac{\partial^3 \bar{u}_1}{\partial x^3} + \varepsilon \mu^2 \frac{h_2}{3} \frac{\partial \zeta_2}{\partial t} \frac{\partial^2 \bar{u}_2}{\partial x^2} \\ & - \varepsilon \mu^2 h_2 \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} \frac{\partial^2 \bar{u}_2}{\partial x \partial t} - \varepsilon \mu^2 h_1 \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} \frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial x \partial t} + \varepsilon \mu^2 \frac{2}{3} h_2^2 \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x} \frac{\partial^2 \bar{u}_2}{\partial x^2} \\ & - \varepsilon \mu^2 \frac{h_1^2}{2} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x} \frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial x^2} + \varepsilon \mu^2 h_2 \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} \left( \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x} \right)^2 + \varepsilon \mu^2 h_1 \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} \left( \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x} \right)^2 \\ & - \varepsilon^2 \mu^2 \frac{2}{3} h_2 \bar{u}_2 \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} \frac{\partial^2 \bar{u}_2}{\partial x^2} - \varepsilon^2 \mu^2 h_1 \bar{u}_1 \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} \frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial x^2} = 0 \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$\frac{\partial \zeta_2}{\partial t} + h_2 \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x} + \varepsilon \bar{u}_2 \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} + \beta \bar{u}_2 \frac{\partial D}{\partial(\beta x)} = 0 \quad (2.37)$$

wobei  $h_1 = H_1 - \varepsilon\zeta_2$  und  $h_2 = H_2 + \varepsilon\zeta_2$ .

In den VB-Gleichungen (2.34)-(2.37) sind alle Terme bis zur 1. Ordnung in  $\beta$  und  $\mu^2$  berücksichtigt. Diese Gleichungen beschreiben lange dispersive Sprungschichtwellen großer Amplitude über einer variablen Topographie.

Vernachlässigt man die Terme von der Größenordnung  $O(\nu, \beta, \varepsilon, \mu^2)$  in (2.34)-(2.37), so erhält man die lineare nichtdispersive Wellengleichung 1. Ordnung für Sprung-

schichtwellen (dimensionsbehaftet):

$$\frac{\partial^2 \zeta_2}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \zeta_2}{\partial x^2} = 0 \quad (2.38)$$

Lösungen dieser Gleichung sind sinusförmige Sprungschichtwellen der Form

$$\zeta_2 = \hat{\zeta}_2 \exp i(kx - \omega t) \quad (2.39)$$

wobei  $\hat{\zeta}_2$  die Amplitude der Wellen ist,  $k$  die Wellenzahl und  $\omega$  die Frequenz.

Die nichtlinearen Flachwasser (FW)-Gleichungen für ein Zweischichtensystem erhält man unter Vernachlässigung der Terme von der Größenordnung  $O(\mu^2)$  in (2.34) und (2.36). Die FW-Gleichungen lauten dimensionsbehaftet

$$\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial t} + \bar{u}_1 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x} + g \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} = 0 \quad (2.40)$$

$$\frac{\partial \zeta_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(h_1 \bar{u}_1) + \frac{\partial}{\partial x}(h_2 \bar{u}_2) = 0 \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_2}{\partial t} + \bar{u}_2 \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x} + g' \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} + g \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} = 0 \quad (2.42)$$

$$\frac{\partial \zeta_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(h_2 \bar{u}_2) = 0 \quad (2.43)$$

Die FW-Gleichungen beschreiben eine hydrostatische Druckverteilung und sind gültig für extrem lange Sprungschichtwellen. Sie werden gewöhnlich benutzt um die Erzeugung von internen Boren an einer Schwelle zu beschreiben [Hibiya, 1986, 1990; Longo et al., 1992; Wang, 1993]. Der Zerfall der internen Boren in Pakete interner solitärer Wellen kann mit diesen Gleichungen nicht beschrieben werden.

Unter den Voraussetzungen, daß  $O(\varepsilon) = O(\mu^2) \ll 1$ , daß die Terme von der Größenordnung  $O(\nu, \beta, \varepsilon\mu^2, \varepsilon^2\mu^2)$  vernachlässigt werden können, und daß die Wellenlösungen unidirektional sind (z.B. die Wellen propagieren in die positive  $x$ -Richtung), kann man aus dem Gleichungssystem (2.34)-(2.37) die Korteweg-de Vries (KdV)-Gleichung für lange Sprungschichtwellen herleiten [Korteweg und de Vries, 1895; Djordjevic und Redekopp, 1978]. Sie lautet dimensionsbehaftet

$$\frac{\partial \zeta_2}{\partial t} + c_0 \left( \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} - \frac{3}{2} \frac{H_2 - H_1}{H_1 H_2} \zeta_2 \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} + \frac{H_1 H_2}{6} \frac{\partial^3 \zeta_2}{\partial x^3} \right) = 0 \quad (2.44)$$

Die KdV-Gleichung ist die einfachste Gleichung, die sowohl die Amplituden-Dispersion als auch die Frequenz-Dispersion (jeweils zu niedrigster Ordnung) einbezieht.

Lösungen dieser Gleichung sind z.B. die internen cnoidalen Wellen. Für den Fall, daß die Wellenlänge dieser Wellen gegen unendlich geht, spricht man auch von internen solitären Wellen. Die internen solitären Wellen bestehen nur aus einem einzelnen Wellenberg (oder Wellental) und ihr Wellenprofil ist bei ihrer Ausbreitung unveränderlich.

Unter der Voraussetzung, daß der Term von der Größenordnung  $O(\nu)$  in (2.35) vernachlässigt werden kann, entsteht bei Subtraktion von (2.34) und (2.36) ein Gleichungssystem, das unabhängig von der Oberflächenauslenkung  $\zeta_1$  ist. *Miyata* [1988] fand analytische Lösungen dieser Gleichungen für eine konstante Wassertiefe. Diese Lösungen beschreiben interne solitäre Wellen großer Amplitude.

## 2.2 Radar-Abbildungsmechanismus interner Wellen

Interne Wellen verursachen konvergente und divergente Strömungen an der Meeresoberfläche. Diese Strömungen modifizieren — durch die Wechselwirkung von Strömung und Oberflächenwellen — die Rauigkeit der Meeresoberfläche. Das Radargerät ist ein Oberflächenrauigkeitssensor: je rauher die Meeresoberfläche, desto größer ist der normierte Radarrückstreuquerschnitt (“Normalized Radar Backscattering Cross Section”=NRCS) und desto größer auch die Radarbildintensität. Entsprechend der Radarabbildungstheorie 1. Ordnung steht die relative Änderung des NRCS,  $\Delta\sigma/\sigma_0$ , im Fall interner Wellen in direkter Beziehung zu dem Gradienten der Oberflächengeschwindigkeit  $\partial u/\partial x$ . Es gilt

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} = -A \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.45)$$

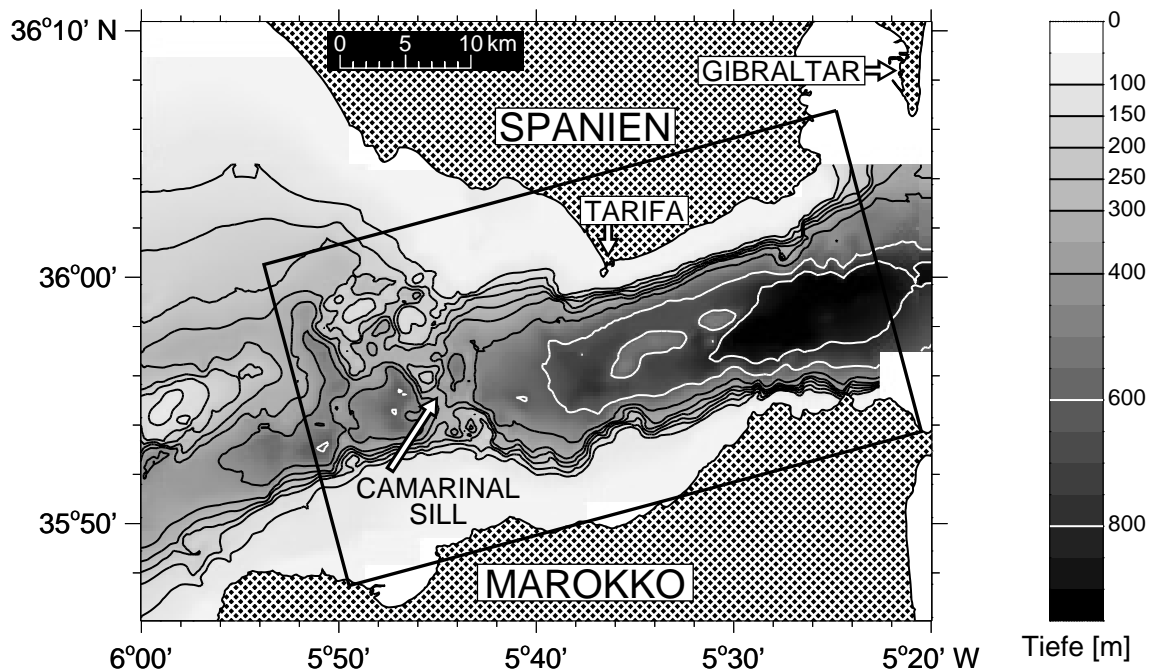
wobei  $A$  eine positive Funktion ist, die unter anderem von der Radarwellenlänge, dem Einfallswinkel, dem Winkel zwischen Radarblickrichtung und Laufrichtung der internen Wellen, dem Azimuthwinkel und den Windverhältnissen an der Meeresoberfläche abhängt [Alpers, 1985]. Für ein lineares SAR-System ist die relative Änderung des NRCS gleich der relativen Änderung der SAR-Bildintensität (Modulationstiefe). Damit ist nach der Abbildungstheorie 1. Ordnung die relative Änderung des NRCS proportional zum Gradienten der Oberflächengeschwindigkeit oder, wie es im weiteren bezeichnet wird, zur Oberflächenkonvergenz ( $= -\partial u/\partial x$ ).

# Kapitel 3

## Die Straße von Gibraltar

### 3.1 Einleitung

Die Straße von Gibraltar trennt die spanische Halbinsel vom afrikanischen Kontinent und verbindet den Atlantischen Ozean mit dem europäischen Mittelmeer (Abbildung 3.1). Der Wasserkörper in der Straße von Gibraltar besteht aus einer unteren Schicht salzreichen Mittelmeerwassers und einer oberen Schicht salzarmen Atlantikwassers. Die mittlere Strömung kann durch zwei entgegengesetzt strömende Schichten charak-



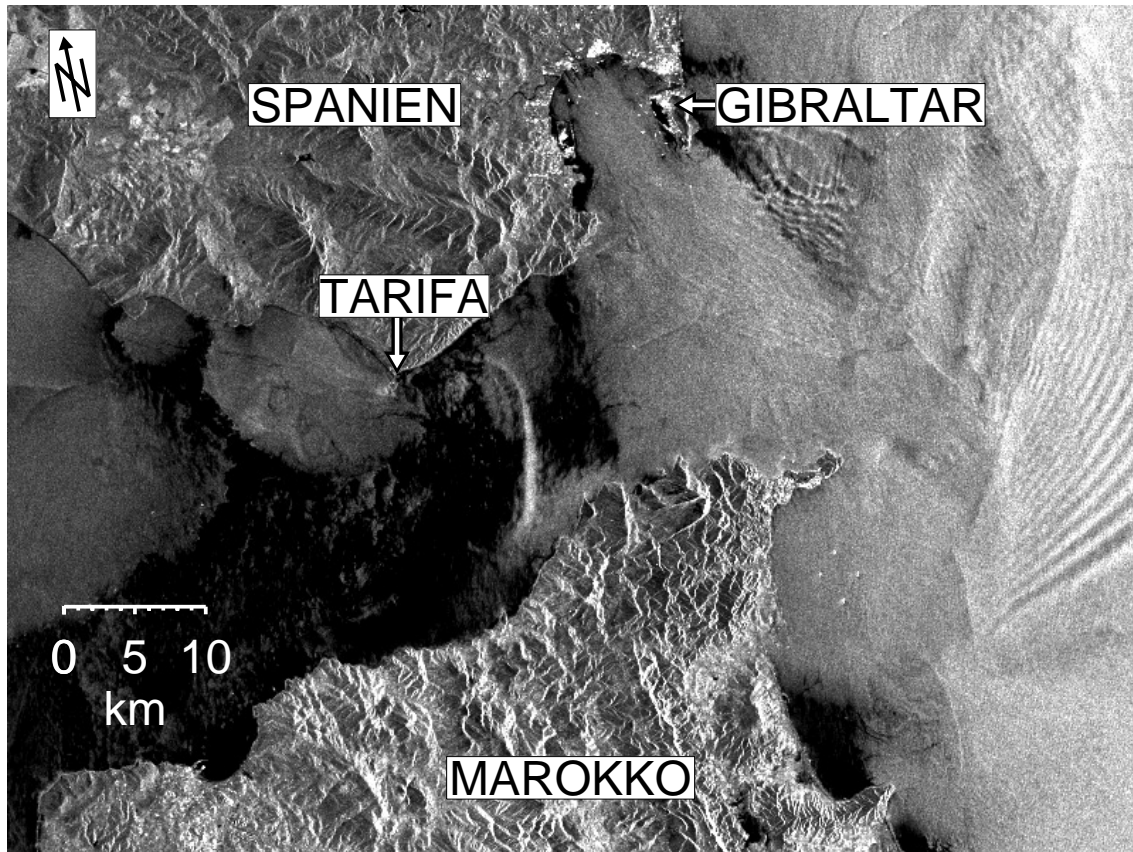
**Abbildung 3.1:** Bodentopographie der Straße von Gibraltar. Die Wassertiefen sind durch Graustufen gekennzeichnet. Das Rechteck markiert den Bereich der ERS-1 SAR-Bilder, die in den Abbildungen 3.11 und 3.16 dargestellt sind.

terisiert werden: Die obere Schicht strömt ostwärts zum Mittelmeer und die untere Schicht westwärts zum Atlantik. Die mittlere Strömung wird durch die im wesentlichen halbtägige Gezeit, durch Wind und durch atmosphärische Druckschwankungen moduliert. Eine Zusammenfassung ozeanographischer Daten, die während verschiedener Meßkampagnen in der Straße von Gibraltar gewonnen wurden, kann man in einer Arbeit von *Lacombe und Richez* [1982] finden. Diese Arbeit beinhaltet auch eine exzellente Beschreibung der Strömungsdynamik der Straße von Gibraltar. *Armi und Farmer* [1988] untersuchten die Strömungsdynamik der Straße von Gibraltar im Hinblick auf hydraulische Phänomene und deren Einfluß auf die Austauschströmung zwischen Atlantik und Mittelmeer. Man spricht von einer hydraulisch kontrollierten Austauschströmung, wenn mindestens an einer Position die mittlere Strömungsgeschwindigkeit der oberen oder unteren Schicht gleich der Phasengeschwindigkeit interner Wellen ist. Die Untersuchungen von *Armi und Farmer* [1988] ergaben, daß solche hydraulischen Kontrollpunkte in den Tarifa Narrows, am Camarinal Sill, am Spartel Sill und an einer Position westlich des Spartel Sills existieren. *Bryden et al.* [1994] haben die mittlere Austauschströmung durch die Straße von Gibraltar abgeschätzt. Sie analysierten dafür Daten von Strömungsmessern, welche für ein Jahr in der Straße verankert waren. Andere wichtige Untersuchungen der Dynamik der Wassermassen in der Straße von Gibraltar sind unter anderem in Arbeiten von *Armi und Farmer* [1985], *Kinder und Bryden* [1987], *Kinder und Parrilla* [1987], *La Violette und Lacombe* [1988], *Candela et al.* [1989, 1990], *Bormans und Garrett* [1989a, b], *Bryden und Kinder* [1991a, b], *Watson und Robinson* [1991], *Wesson und Gregg* [1994] und *Bray et al.* [1995] veröffentlicht.

Seit längerem ist bekannt, daß in der Straße von Gibraltar durch die Wechselwirkung der Gezeitenströmung mit dem Camarinal Sill ostwärts propagierende interne Wellen erzeugt werden [siehe z.B. *Frassetto*, 1960, 1964; *Ziegenbein*, 1969; *Boyce*, 1975; *Lacombe und Richez*, 1982; *La Violette et al.*, 1986; *Armi und Farmer*, 1988; *Bray et al.*, 1990; *Pettigrew und Hyde*, 1990; *Watson und Robinson*, 1990; *Richez*, 1994]. Die durch interne Wellen verursachten Rauheitsmuster wurden z.B. mit Schiffsradar [*Frassetto*, 1964; *Ziegenbein*, 1969; *Cavanie*, 1973] und mit Küstenradar [*La Violette et al.*, 1986; *Watson und Robinson*, 1990] beobachtet. Fotografien, welche von Hubschraubern und Raumfähren aus aufgenommen wurden, haben gezeigt, daß über dem Camarinal Sill oft quasistationäre Rauheitsmuster zu beobachten sind [*La Violette und Arnone*, 1988]. *Richez* [1994] untersuchte die Entstehung und Ausbreitung von zwei internen Wellenpaketen in der Straße von Gibraltar mit Hilfe eines flugzeuggetragenen SAR. Sie analysierte Serien von Radarbildern, die während zweier Flüge von jeweils 10 und 6 Stunden Dauer an zwei verschiedenen Tagen aufgenommen worden waren.

Seit den Starts der europäischen Fernerkundungssatelliten ERS-1 und ERS-2 ist eine große Anzahl von SAR-Bildern über der Straße von Gibraltar aufgenommen worden, die zum Studium der Dynamik interner Wellen herangezogen werden können [*Alpers und La Violette*, 1993]. Abbildung 3.2 zeigt ein typisches ERS-1 SAR-Bild (Orbit: 13151, Frame: 2871/2889, Datum: 20. Januar 1994, Zeit: 11:03 UTC), auf welchem Oberflächensignaturen einer internen Bore innerhalb der Straße von Gi-

braltar und eines Pakets ostwärts propagierender interner Wellen erkennbar sind. Der Abstand zwischen beiden Oberflächensignaturen läßt darauf schließen, daß das



**Abbildung 3.2:** ERS-1 SAR-Bild von der Straße von Gibraltar, aufgenommen 9 h 17 min nach Niedrigwasser bei Tarifa (20. Januar 1994, 11:03 UTC). Das Bild zeigt Oberflächensignaturen einer internen Bore innerhalb der Straße (helle Linie in der Bildmitte) und eines Pakets interner solitärer Wellen östlich der Straße (rechter Bildabschnitt), die in aufeinanderfolgenden Gezeitenzyklen am Camarinal Sill erzeugt wurden.

interne Wellenpaket und die interne Bore in aufeinanderfolgenden Gezeitenzyklen am Camarinal Sill erzeugt wurden. Insgesamt wurden für diese Arbeit 155 ERS-1 SAR-Bilder analysiert, die während 94 Satellitenüberflügen über die Straße von Gibraltar und die Alboran See östlich der Straße aufgenommen wurden.

In diesem Kapitel wird zunächst ein numerisches Modell vorgestellt, das in der Lage ist, sowohl die Austausch- und Gezeitenströmung als auch die Entstehung und Ausbreitung nichtlinearer, dispersiver, interner Wellen in der Straße von Gibraltar zu beschreiben. Die Modellergebnisse werden dann mit Oberflächenrauhigkeitsmustern verglichen, die auf SAR-Bildern, aufgenommen vom 5.3-GHz SAR an Bord des ERS-1 Satelliten und vom 9.4-GHz SAR an Bord eines französischen Flugzeuges [Richez, 1994], sichtbar sind. Das numerische Modell wird durch eine Höhendifferenz der mittleren Tiefe der Dichteschicht (Halokline) zwischen den beiden offenen

Rändern, zum Atlantik und zum Mittelmeer, und durch halbtägige Oszillationen des barotropen Gezeitentransports angetrieben. Da das Modell eindimensional ist, ist es nur in der Lage, die Dynamik interner Wellen innerhalb der Straße von Gibraltar zu beschreiben und nicht die sich vom östlichen Ausgang der Straße kreisförmig in das Mittelmeer ausbreitenden internen Wellen. Im Modell sind jegliche Änderungen senkrecht zur Kanalachse, die durch die Erddrotation und durch die Änderung der Bodentopographie senkrecht zur Kanalachse hervorgerufen werden, vernachlässigt. *Wang* [1993] entwickelte ein dreidimensionales Zirkulationsmodell, welches in der Lage ist, die Dynamik von gezeitenerzeugten internen Boren in der Straße von Gibraltar zu beschreiben. Im Gegensatz zu dem hier vorgestellten Modell, kann Wangs Modell jedoch nicht die Entstehung und Ausbreitung interner solitärer Wellen beschreiben.

Theoretische Untersuchungen der Austauschströmung in einem Zweischichtensystem wurden bisher von *Armi* [1986], *Farmer und Armi* [1986] und *Helfrich* [1995] im Rahmen der hydraulischen Theorie durchgeführt. *Armi* [1986] und *Farmer und Armi* [1986] fanden Lösungen der Flachwassergleichungen für stationäre und quasistationäre Austauschströmungen durch einen Kanal, der aus einer Schwelle und einer seitlichen Einengung besteht. *Helfrich* [1995] zeigte, daß die Austauschströmung in solchen Straßen eine Funktion von zwei dimensionslosen Parametern ist: (1) der dynamischen Länge der Straße und (2) der Stärke des periodischen Antriebs. In diesem Kapitel wird das hier vorgestellte Modell eingehend mit Helfrichs Modell verglichen.



### 3.2 Das Modell

Die Modellgleichungen zur Beschreibung der hydrodynamischen Vorgänge in der Straße von Gibraltar basieren auf den VB-Gleichungen (2.34)-(2.37). Das Modell wird hier auf einen Kanal mit variabler Kanalbreite und trapezförmigem Kanalquerschnitt erweitert. Dazu wird die Kanalbreite  $W_0$  an der Wasseroberfläche,  $z = 0$ , und die Kanalbreite  $W_D$  am Meeresboden,  $z = -D$ , eingeführt. Das Modell erfordert, daß diese Kanalbreiten schwach variierende Funktionen der horizontalen Raumkoordinate  $x$  bezüglich der Längenskala interner Wellen sind. Hier werden die vertikal und horizontal (senkrecht zur Kanalachse) gemittelten Geschwindigkeiten und Transporte mit  $u_i$  und  $Q_i = u_i h_i W_i$  bezeichnet, wobei  $W_i$  ( $i = 1, 2$ ) die mittleren Kanalbreiten der oberen und unteren Schicht sind. Sie können wie folgt geschrieben werden:

$$W_1 = \frac{1}{2} (W_0 + W_{\zeta_2}) \quad (3.1)$$

$$W_2 = \frac{1}{2} (W_{\zeta_2} + W_D) \quad (3.2)$$

wobei

$$W_{\zeta_2} = W_0 - \frac{H_1 - \zeta_2}{D} (W_0 - W_D) \quad (3.3)$$

Die Modellgleichungen erhält man durch Subtraktion von (2.34) und (2.36). Außerdem sind hier die Terme von der Größenordnung  $O(\nu, \varepsilon\mu^2, \varepsilon^2\mu^2)$  vernachlässigt. Bedingt durch das Vorhandensein einer mittleren Strömung mit  $u_i = O(c_0)$  ( $i = 1, 2$ ), wobei  $c_0$  die Phasengeschwindigkeit der internen Wellen bezeichnet, sind die Terme  $(h_i^2/3)u_i(\partial^3 u_i/\partial x^3)$  auch von der Größenordnung  $O(\mu^2)$  und werden deshalb in den Modellgleichungen berücksichtigt. Weiterhin werden folgende Gleichungen bei der Herleitung der Modellgleichungen benutzt:

$$h_2 W_2 \frac{\partial^3 u_2}{\partial x^2 \partial t} = -h_1 W_1 \frac{\partial^3 u_1}{\partial x^2 \partial t} \quad (3.4)$$

$$h_2 W_2 \frac{\partial^3 u_2}{\partial x^3} = -h_1 W_1 \frac{\partial^3 u_1}{\partial x^3} \quad (3.5)$$

Sie gelten unter den Annahmen, daß Terme der Größenordnung  $O(\varepsilon\mu^2)$  vernachlässigt werden können und daß die Wassertiefe und die Kanalbreiten schwach variierende Funktionen der horizontalen Raumkoordinate  $x$  bezüglich der Längenskala interner Wellen sind. Zwei verschiedene Approximationen der Modellgleichungen

werden hier benutzt: die hydrostatische und die schwach nichthydrostatische Approximation. Um eine kompakte Darstellung der Modellgleichungen zu erhalten, wird an dieser Stelle der Parameter  $\delta$  eingeführt. Dieser Parameter kann die Werte 0 und 1 annehmen. Die hydrostatische Approximation ist dann in den Modellgleichungen durch  $\delta = 0$  charakterisiert und die schwach nichthydrostatische Approximation durch  $\delta = 1$ . Um eine realistische Beschreibung der hydrodynamischen Vorgänge in der Straße von Gibraltar zu ermöglichen, werden Terme der horizontalen Diffusion und der Schubspannungen an der Sprungschicht und am Meeresboden in die Modellgleichungen einbezogen. Die Herleitung dieser Terme für ein Zweischichtensystem kann man z.B. in einer Arbeit von *Rubino* [1994] nachlesen. Unter Berücksichtigung der oben genannten Annahmen und unter Einbeziehung der Terme der horizontalen Diffusion und der Schubspannungen an der Sprungschicht und am Meeresboden lauten die Modellgleichungen wie folgt:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial u_1}{\partial t} - \frac{\partial u_2}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} - u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} - A_H \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + A_H \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} \\
& - g' \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} + \frac{W_{\zeta_2}}{W_1 h_1} \frac{\tau_{\text{int}}}{\bar{\rho}} + \frac{W_{\zeta_2}}{W_2 h_2} \frac{\tau_{\text{int}} - \tau_{\text{bot}}}{\bar{\rho}} - \delta \frac{h_1 h_2}{3} \frac{W_1}{W_2} \frac{\partial^3 u_1}{\partial x^2 \partial t} \\
& - \delta \frac{h_1 h_2}{3} \frac{W_1}{W_2} u_2 \frac{\partial^3 u_1}{\partial x^3} + \delta \frac{h_1 h_2}{3} \frac{W_2}{W_1} \frac{\partial^3 u_2}{\partial x^2 \partial t} + \delta \frac{h_1 h_2}{3} \frac{W_2}{W_1} u_1 \frac{\partial^3 u_2}{\partial x^3} = 0
\end{aligned} \tag{3.6}$$

$$Q_1 + Q_2 - Q_b = 0 \tag{3.7}$$

$$\frac{\partial \zeta_2}{\partial t} + \frac{1}{W_{\zeta_2}} \frac{\partial Q_2}{\partial x} = 0 \tag{3.8}$$

Hier bezeichnen  $A_H$  den horizontalen Diffusionskoeffizienten,  $\tau_{\text{int}}$  und  $\tau_{\text{bot}}$  die Schubspannungen an der Dichtesprungschicht bzw. am Meeresboden,  $Q_b$  den vorgegebenen barotropen Gezeitentransport und  $\delta$  den zuvor beschriebenen Parameter. Im Bereich der Schwelle wird die hydrostatische Approximation mit  $\delta = 0$  benutzt. In diesem Bereich werden die internen Boren erzeugt, und die Vernachlässigung schwach nichthydrostatischer Effekte ist eine weit verbreitete Approximation, die auch für interne Störungen großer Amplitude angewendet wurde [*Hibiya*, 1986, 1990; *Longo et al.*, 1992; *Wang*, 1993; *Helfrich*, 1995]. Außerhalb des Bereiches der Schwelle wird die schwach nichthydrostatische Approximation mit  $\delta = 1$  benutzt. In diesem Bereich zerfallen die internen Boren in Pakete interner solitärer Wellen [*Armi und Farmer*, 1988; *Pierini*, 1989; *Richez*, 1994]. Diese Entwicklung kann nur unter Einbeziehung frequenz-dispersiver Terme in die Modellgleichungen beschrieben werden.

Es wird angenommen, daß der vorgegebene barotrope Gezeitentransport periodisch mit der Zeit variiert:

$$Q_b(t) = Q_{b0} \sin \left( 2\pi \frac{t}{T} \right) \quad (3.9)$$

Hier bezeichnet  $Q_{b0}$  die Amplitude des barotropen Gezeitentransports und  $T$  die Gezeitenperiode. Die horizontalen Diffusionsterme wurden in (3.6) eingeführt, um die Entwicklung von Strömungsunstetigkeiten am Übergang zwischen subkritischer und superkritischer Strömung zu vermeiden [Woodward und Colella, 1984; Oğuz et al., 1990]. Es wird angenommen, daß der horizontale Diffusionskoeffizient konstant ist. Der Wert von  $A_H$  sollte so klein wie möglich sein, aber trotzdem zu einer numerisch stabilen Lösung führen. Die Schubspannungen  $\tau_{\text{int}}$  und  $\tau_{\text{bot}}$  werden wie folgt abhängig von den Geschwindigkeiten der oberen und unteren Schicht angenommen:

$$\frac{\tau_{\text{int}}}{\bar{\rho}} = r_{\text{int}}(u_1 - u_2)|u_1 - u_2| \quad (3.10)$$

$$\frac{\tau_{\text{bot}}}{\bar{\rho}} = r_{\text{bot}}u_2|u_2| \quad (3.11)$$

Hier bezeichnen  $r_{\text{int}}$  und  $r_{\text{bot}}$  die dimensionslosen Reibungsparameter für die Reibung an der Sprungschicht bzw. am Meeresboden. Die Corioliskraft ist in diesem Modell vernachlässigt. Um Reflexionen an den offenen Rändern zu minimieren, wird eine von *Orlanski* [1976] vorgeschlagene Strahlungsbedingung verwendet.



$$L^{[r]}[F_{r,s}] = \frac{F_{r+1,s} - F_{r,s}}{\Delta x} \quad (3.15)$$

$$\bar{T}[F_{r,s}] = \alpha F_{r,s+1} + (1 - \alpha) F_{r,s} \quad (3.16)$$

$$N[F_{r,s}] = F_{r,s+1} \quad (3.17)$$

mit  $F_{r,s} = F(r\Delta x, s\Delta t)$  und  $r = 1, \dots, n$  und  $s = 1, \dots, m$ . In (3.12)-(3.17) bezeichnet der Index  $s$  die Größen der alten Zeitebene (Bekannte) und der Index  $s + 1$  die Größen der neuen Zeitebene (Unbekannte). Die Faktor  $\alpha$  in (3.16) ist ein zeitlicher Mittelungsparameter. Für  $\alpha$  wird ein Wert von 0.55 angenommen. Diese Abweichung von einem exakt in der Zeit zentrierten Differenzenoperator ( $\alpha = 0.5$ ) führt zu einer schwachen Dämpfung der Amplitude interner Wellen, wodurch die Stabilität des numerischen Verfahrens erhöht wird [Crank und Nicolson, 1947]. Die Schichtdicken  $h_i$ , die Kanalbreiten  $W_i$  ( $i = 1, 2$ ) und alle Größen, auf die keine Operatoren angewendet werden, werden zur Zeitebene  $s$  gerechnet. Die Gleichungen (3.6)-(3.8) mit den Ausdrücken für  $\tau_{\text{int}}$  und  $\tau_{\text{bot}}$  gemäß (3.10) und (3.11) lauten dann in Differenzenform wie folgt:

$$\begin{aligned} & L^{[t]}[u_1] - L^{[t]}[u_2] + \tilde{u}_1 \bar{T} L^{[c]}[u_1] - \tilde{u}_2 \bar{T} L^{[c]}[u_2] - g' \bar{T} L^{[r]}[\zeta_2] \\ & - A_H \bar{T} L^{[r]} L^{[l]}[u_1] + A_H \bar{T} L^{[r]} L^{[l]}[u_2] - r_{\text{bot}} \frac{W_{\zeta_2}}{W_2 h_2} |u_2| N[u_2] \\ & + r_{\text{int}} \left( \frac{W_{\zeta_2}}{W_1 h_1} + \frac{W_{\zeta_2}}{W_2 h_2} \right) |u_1 - u_2| N[u_1 - u_2] \\ & - \delta \frac{h_1 h_2}{3} \frac{W_1}{W_2} L^{[t]} L^{[r]} L^{[l]}[u_1] - \delta \frac{h_1 h_2}{3} \frac{W_1}{W_2} \tilde{u}_2 \bar{T} L^{[c]} L^{[r]} L^{[l]}[u_1] \\ & + \delta \frac{h_1 h_2}{3} \frac{W_2}{W_1} L^{[t]} L^{[r]} L^{[l]}[u_2] + \delta \frac{h_1 h_2}{3} \frac{W_2}{W_1} \tilde{u}_1 \bar{T} L^{[c]} L^{[r]} L^{[l]}[u_2] = 0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$N[h_1 W_1 u_1 + h_2 W_2 u_2 - Q_b] = 0 \quad (3.19)$$

$$L^{[t]}[\zeta_2] + \frac{1}{W_{\zeta_2}} \bar{T} L^{[l]}[h_2 W_2 u_2] = 0 \quad (3.20)$$

Diese Differenzengleichungen werden in zwei Schritten gelöst. Im ersten Schritt wer-

den vorläufige Geschwindigkeiten  $u'_i$  ( $i = 1, 2$ ) zur neuen Zeitebene berechnet. Dabei sind die Geschwindigkeiten  $\tilde{u}_i$  in (3.18) durch die Geschwindigkeiten zur alten Zeitebene gegeben. Im zweiten Schritt werden die endgültigen Geschwindigkeiten zur neuen Zeitebene berechnet, wobei  $\tilde{u}_i$  durch den Mittelwert der vorläufigen Geschwindigkeit  $u'_i$  und der Geschwindigkeit zur alten Zeitebene gegeben ist. Folgt man den Arbeiten von *Backhaus* [1983, 1985] zur impliziten Lösung der Flachwassergleichungen, können die drei Gleichungen (3.18)-(3.20) für die drei Unbekannten  $\zeta_2$ ,  $u_1$  und  $u_2$  zur neuen Zeitebene bei Elimination von  $\zeta_2$  zu zwei Gleichungen für  $u_1$  und  $u_2$  reduziert werden. Werden die Randbedingungen an den offenen Rändern vorgegeben, erhält man ein gekoppeltes System linearer Gleichungen für die Geschwindigkeiten  $u_1$  und  $u_2$  zur neuen Zeitebene. Dieses Gleichungssystem kann mit Hilfe der Gauss-Jordan-Eliminationsmethode gelöst werden [*Press et al.*, 1992]. Entsprechend dem Lösungsverfahren in zwei Schritten wird dieses System linearer Gleichungen zweimal unter Benutzung der zuvor genannten Definitionen für die Geschwindigkeiten  $\tilde{u}_i$  in (3.18) gelöst. Die berechnete Geschwindigkeit  $u_2$  zur neuen Zeitebene wird dann in die Kontinuitätsgleichung (3.20) eingesetzt, und man erhält die Sprungschichtauslenkung  $\zeta_2$ . Diese Prozedur wird Schritt für Schritt in der Zeit wiederholt.

### 3.4 Modelltest: Austauschströmung

In diesem Abschnitt wird das vorgestellte Modell mit dem früher von *Helfrich* [1995] entwickelten Modell verglichen. Helfrichs Zweischichtenmodell beschreibt die hydraulisch kontrollierte Austauschströmung zwischen zwei Meeresbecken, deren Wasserkörper durch unterschiedliche mittlere Dichten gekennzeichnet sind, und die durch einen Kanal miteinander verbunden sind. Für diesen Vergleich werden die nichthydrostatischen Terme in den Modellgleichungen (3.6)-(3.8) vernachlässigt ( $\delta = 0$ ). Wie auch in Helfrichs Modell wird eine idealisierte Bodentopographie des Kanals benutzt, die aus einer einzelnen Schwelle und einer seitlichen Einengung besteht. Im Modell ergeben sich hydraulische Kontrollpunkte, d.h. Punkte, an denen die zusammengesetzte interne Froudezahl  $G$ , definiert durch

$$G^2 = \frac{u_1^2}{g'h_1} + \frac{u_2^2}{g'h_2} \quad (3.21)$$

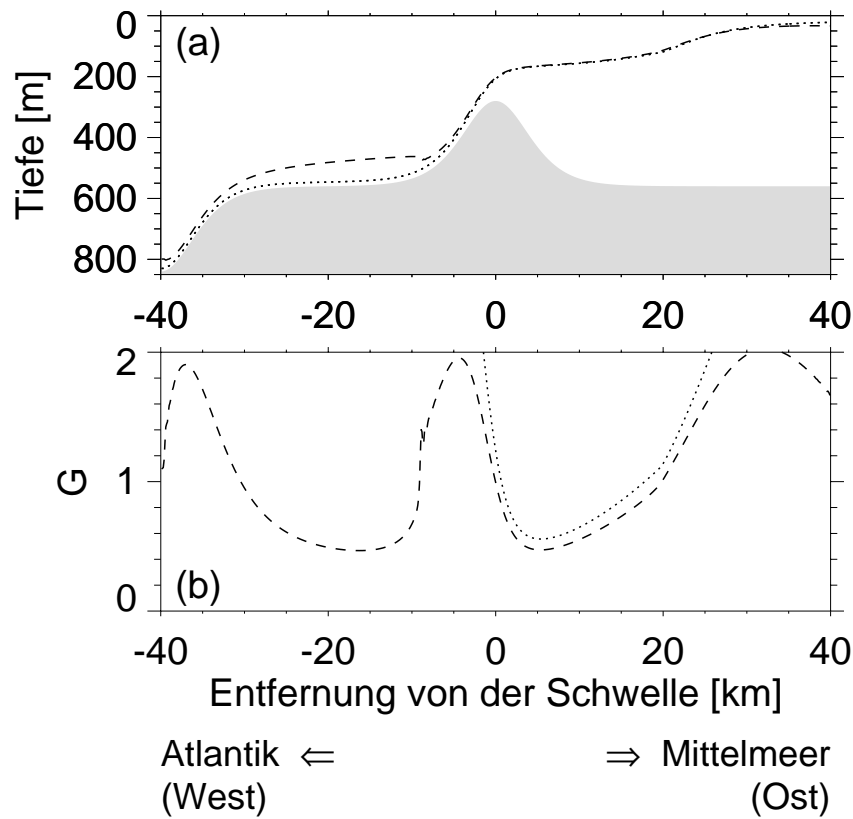
gleich 1 ist. Wenn solche Kontrollpunkte an der Schwelle und an der seitlichen Einengung, getrennt durch einen subkritischen Bereich ( $G < 1$ ), existieren, dann liegt Maximalaustausch vor [*Armi*, 1986; *Farmer und Armi*, 1986]. Im Fall eines barotropen Gezeitenantriebes ist die resultierende Austauschströmung eine Funktion zweier dimensionsloser Parameter,  $\gamma = (g'H_S)^{1/2}T/L_{SN}$  und  $q_{b0} = u_{b0}/(g'H_S)^{1/2}$ , wobei  $H_S$  die Wassertiefe am Kamm der Schwelle bezeichnet,  $L_{SN}$  die Entfernung von der Schwelle zur seitlichen Einengung und  $u_{b0}$  die Amplitude der barotropen Geschwindigkeit der Gezeit über der Schwelle. Der dimensionslose Parameter  $\gamma$  ist ein Maß der dynamischen Länge des Kanals und  $q_{b0}$  ein Maß der Stärke des Gezeitenantriebes. Die mittlere (über einen Gezeitenzyklus gemittelte) Austauschströmung nimmt mit  $q_{b0}$  und  $\gamma$  zu. Minimale Austauschströmung liegt für  $\gamma \rightarrow 0$  (stationäre Austauschströmung) vor und maximale Austauschströmung für  $\gamma \rightarrow \infty$  (quasistationäre Austauschströmung) [*Helfrich*, 1995].

Für die vorliegenden Simulationen wurden folgende Werte gewählt:  $H_S=280$  m,  $L_{SN}=20$  km,  $g'=0.02 \text{ m s}^{-2}$  und  $T=12.4$  h. Damit ergibt sich  $\gamma$  zu 5.3. Die Wassertiefe  $D(x)$  und die Kanalbreite  $W(x)$  sind wie folgt definiert:

$$D(x) = H_S \left[ 3 - \cosh^{-2} \left( \frac{\beta}{L_{SN}} x \right) - \tanh^2 \left( \frac{\beta}{L_{SN}} (x - x_1) \right) \right] \quad (3.22)$$

$$W(x) = B_S \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \left[ 1 - \exp \left( - \left[ \frac{\alpha}{L_{SN}} (x - x_2) \right]^2 \right) \right] \right) \quad (3.23)$$

mit  $x_1 = -2L_{SN}$ ,  $x_2 = L_{SN}$ ,  $\alpha = 0.637$  für  $x < L_{SN}$  und  $\alpha = 1.273$  für  $x \geq L_{SN}$  und  $\beta = 3.75$ . Der Kanalquerschnitt wurde rechteckig angenommen; damit gilt  $W_0 = W_D = W$ . Am Kamm der Schwelle ( $x = 0$ ) hat die Kanalbreite den Wert  $W = B_S$  und an der maximalen seitlichen Einengung ( $x = x_2$ ) den Wert  $W = B_S/2$ .



**Abbildung 3.4:** Stationäre Austauschströmung ohne Gezeitenantrieb ( $q_{b0} = 0$ ) für eine dynamische Länge des Kanals von  $\gamma = 5.3$ . (a) Tiefe der Dichtesprungschicht und (b) zusammengesetzte interne Froudezahl  $G$ . Die gepunkteten Linien wurden berechnet mit  $r_{\text{int}} = r_{\text{bot}} = 0$  (Fall 1) und die gestrichelten Linien mit  $r_{\text{int}} = 0.001$  und  $r_{\text{bot}} = 0.01$  (Fall 2). Die Strömung ist in der oberen Schicht nach Osten gerichtet und in der unteren Schicht nach Westen.

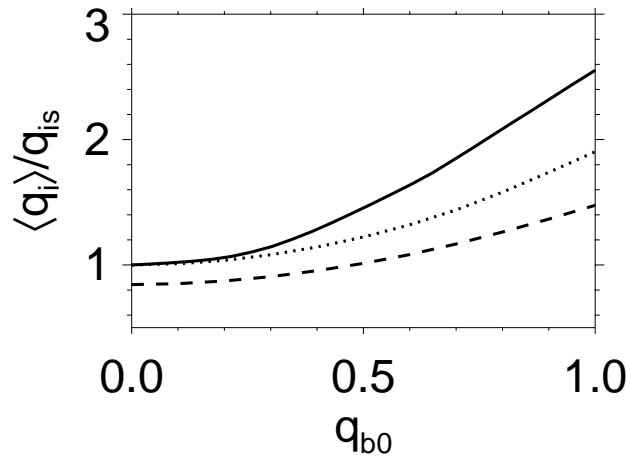
Das Modell umfaßt einen Bereich von 80 km entlang der Kanalachse; die Modellgrenze zum Atlantik befindet sich bei  $x = x_1$ . In dem mit (3.22) definierten Tiefenprofil ist ein “Schelfabhang” enthalten, der in dem Modell von *Helfrich* [1995] nicht vorhanden ist. Im reibungsfreien Fall hat der Schelfabhang nur sehr geringe Auswirkung auf die resultierende Strömung. Dagegen führt er bei Einbeziehung der Reibungseffekte zu einer superkritischen Strömung an der Modellgrenze zum Atlantik. Das Modell zur Beschreibung einer hydraulisch kontrollierten Austauschströmung erfordert superkritische Strömungen an den offenen Rändern, um stationäre Lösungen zu gewährleisten [*Helfrich*, 1995]. Im folgenden werden zwei Fälle ausführlich beschrieben: (1) keine Reibung an der Sprungschicht und am Boden ( $r_{\text{int}} = r_{\text{bot}} = 0$ ) und (2) Reibung an der Sprungschicht ( $r_{\text{int}} = 0.001$ ) und am Boden ( $r_{\text{bot}} = 0.01$ ). In Abbildung 3.4a sind die Tiefen der Sprungschicht für eine stationäre Strömung ohne Gezeitenantrieb für die Fälle 1 und 2 dargestellt, wobei die obere Schicht ostwärts strömt und die untere Schicht westwärts. In Abbildung 3.4b ist die zusammengesetzte interne Froudezahl  $G$  dargestellt. Im reibungsfreien Fall gibt es hydraulische



Kontrollpunkte ( $G = 1$ ) an der Schwelle und an der seitlichen Einengung, und nur zwischen diesen beiden Kontrollpunkten ist die Strömung subkritisch ( $G < 1$ ), außerhalb dieses zentralen Bereiches ist sie superkritisch ( $G > 1$ ). Im folgenden werden alle Transporte mit  $B_S H_S (g' H_S)^{1/2}$  normiert und nur die dimensionslosen Größen angegeben. Der dimensionslose stationäre Transport ohne Gezeitenantrieb hat im reibungsfreien Fall den Wert  $q_{is} = 0.137$ . Den gleichen Wert erhielt auch *Helfrich* [1995].

Die Reibung an der Sprungschicht und am Boden reduziert die Geschwindigkeit und vergrößert die Dicke der unteren Schicht westlich der Schwelle, was zur Folge hat, daß zwischen der Schwelle und dem Schelfabhang die Strömung subkritisch wird (siehe Abbildung 3.4, Fall 2). Die superkritische Strömung unmittelbar westlich des Kammes der Schwelle ist durch einen internen hydraulischen Sprung mit der subkritischen Strömung westlich der Schwelle verbunden. Der dimensionslose stationäre Transport ohne Gezeitenantrieb hat unter Einbeziehung der Reibungseffekte den Wert  $q_{isf} = 0.116$ . Somit reduziert die Schubspannung an der Sprungschicht und am Boden, parametrisiert durch (3.10) und (3.11) mit  $r_{\text{int}} = 0.001$  und  $r_{\text{bot}} = 0.01$ , im Fall einer Strömung ohne Gezeitenantrieb die Austauschströmung um etwa 16%.

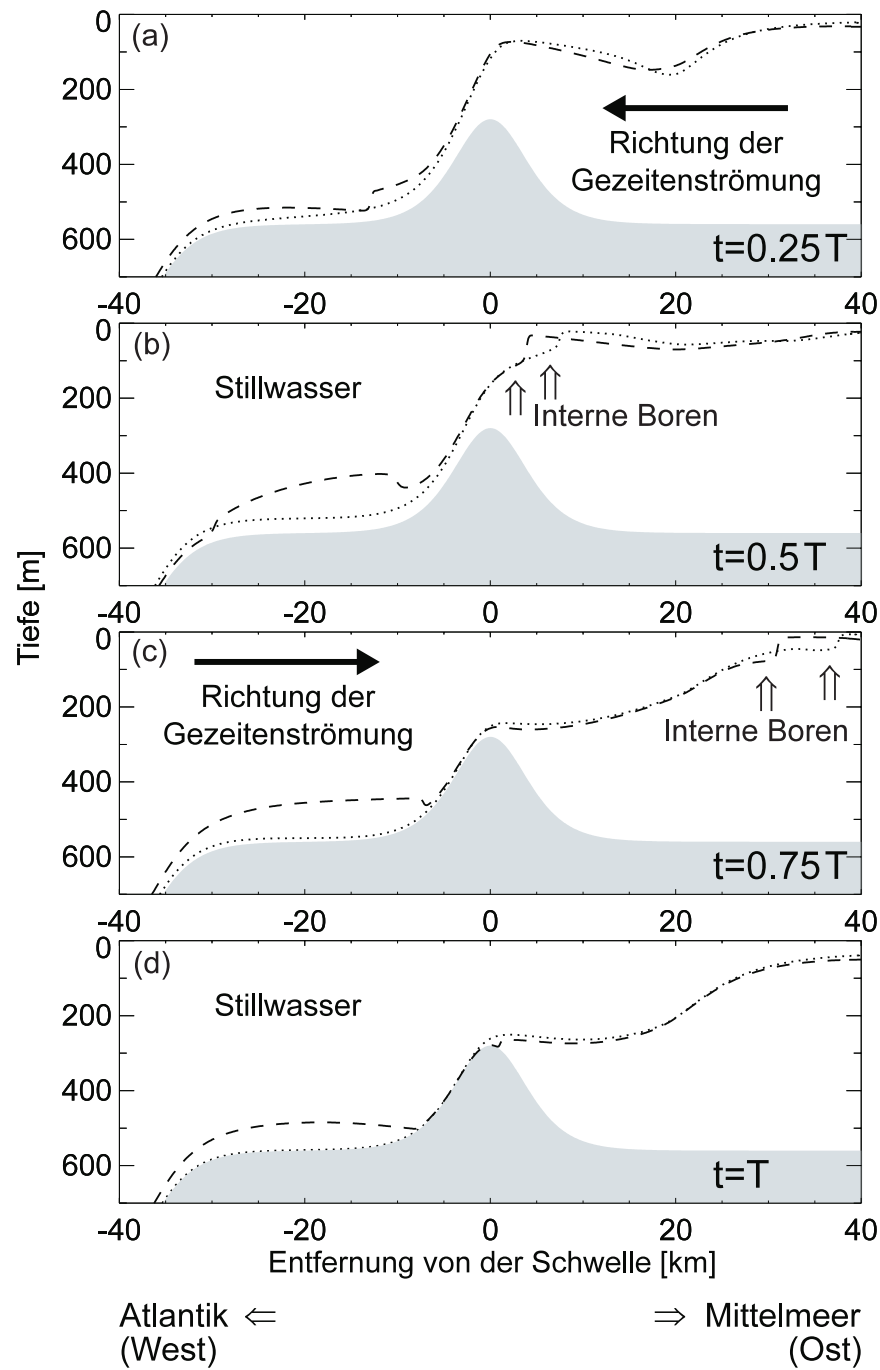
Die Simulationen mit barotropen Gezeitenantrieb werden wie folgt durchgeführt: Das Modell wird mit der stationären Lösung ohne Gezeitenantrieb initialisiert. Dann läßt man das Modell solange rechnen, bis sich eine periodische Lösung einstellt. In Abbildung 3.5 ist der normierte mittlere Austauschtransport  $\langle q_i \rangle / q_{is}$  als Funktion von  $q_{b0}$  dargestellt. Den mittleren Austauschtransport  $\langle q_i \rangle$  erhält man durch die Mittelung des Transports über einen Gezeitenzyklus. Im reibungsfreien Fall stimmt der simulierte mittlere Austauschtransport sehr gut mit dem von *Helfrich* [1995]



**Abbildung 3.5:** Normierter mittlerer Austauschtransport  $\langle q_i \rangle / q_{is}$  als Funktion der dimensionslosen Amplitude der Gezeitengeschwindigkeit  $q_{b0}$  für eine feste dynamische Länge des Kanals von  $\gamma = 5.3$ . Die gepunktete Linie wurde berechnet mit  $r_{\text{int}} = r_{\text{bot}} = 0$  (Fall 1), die gestrichelte Linie mit  $r_{\text{int}} = 0.001$  und  $r_{\text{bot}} = 0.01$  (Fall 2), und die durchgezogene Linie erhält man aus der quasistationären Theorie von *Farmer und Armı* [1986].

berechneten überein. Die Reibung an der Sprungschicht und am Boden führt zu einer Reduzierung des Austauschtransports, wobei die Reduzierung mit  $q_{b0}$  zunimmt. In Abbildung 3.5 ist auch die quasistationäre Lösung für den Fall, daß das Verhältnis der Breite an der seitlichen Einengung zur Breite an der Schwelle gleich  $1/2$  ist, dargestellt. Diese Lösung, die den Grenzfall  $\gamma \rightarrow \infty$  repräsentiert, wurde eingehend von *Farmer und Armi* [1986] untersucht.

Für beide Fälle (mit und ohne Reibung) ist die zeitliche und räumliche Entwicklung der Tiefe der Sprungschicht für  $q_{b0} = 0.6$  in Abbildung 3.6 dargestellt. Bei westwärts gerichteter Gezeitenströmung wird die Sprungschicht über der Schwelle nach oben gedrückt; bei ostwärts gerichteter Gezeitenströmung wird sie dagegen nach unten gedrückt. Die Reibung verursacht eine Verzögerung der Ablösung der ostwärts propagierenden internen Boren von der Schwelle (siehe Abbildungen 3.6b und 3.6c).



**Abbildung 3.6:** Tiefe der Dichtesprungschicht zu den Zeiten (a)  $0.25T$ , (b)  $0.5T$ , (c)  $0.75T$  und (d)  $T$  ( $T$  bezeichnet die Periode der Gezeit) für eine dimensionslose Amplitude der Gezeitenströmung von  $q_{b0} = 0.6$  und eine dynamische Länge des Kanals von  $\gamma = 5.3$ . Die Zeit  $t = 0$  ist die Zeit des Stillwassers nach ostwärts gerichteter Strömung. Die gepunkteten Linien wurden berechnet mit  $r_{\text{int}} = r_{\text{bot}} = 0$  (Fall 1) und die gestrichelten Linien mit  $r_{\text{int}} = 0.001$  und  $r_{\text{bot}} = 0.01$  (Fall 2).

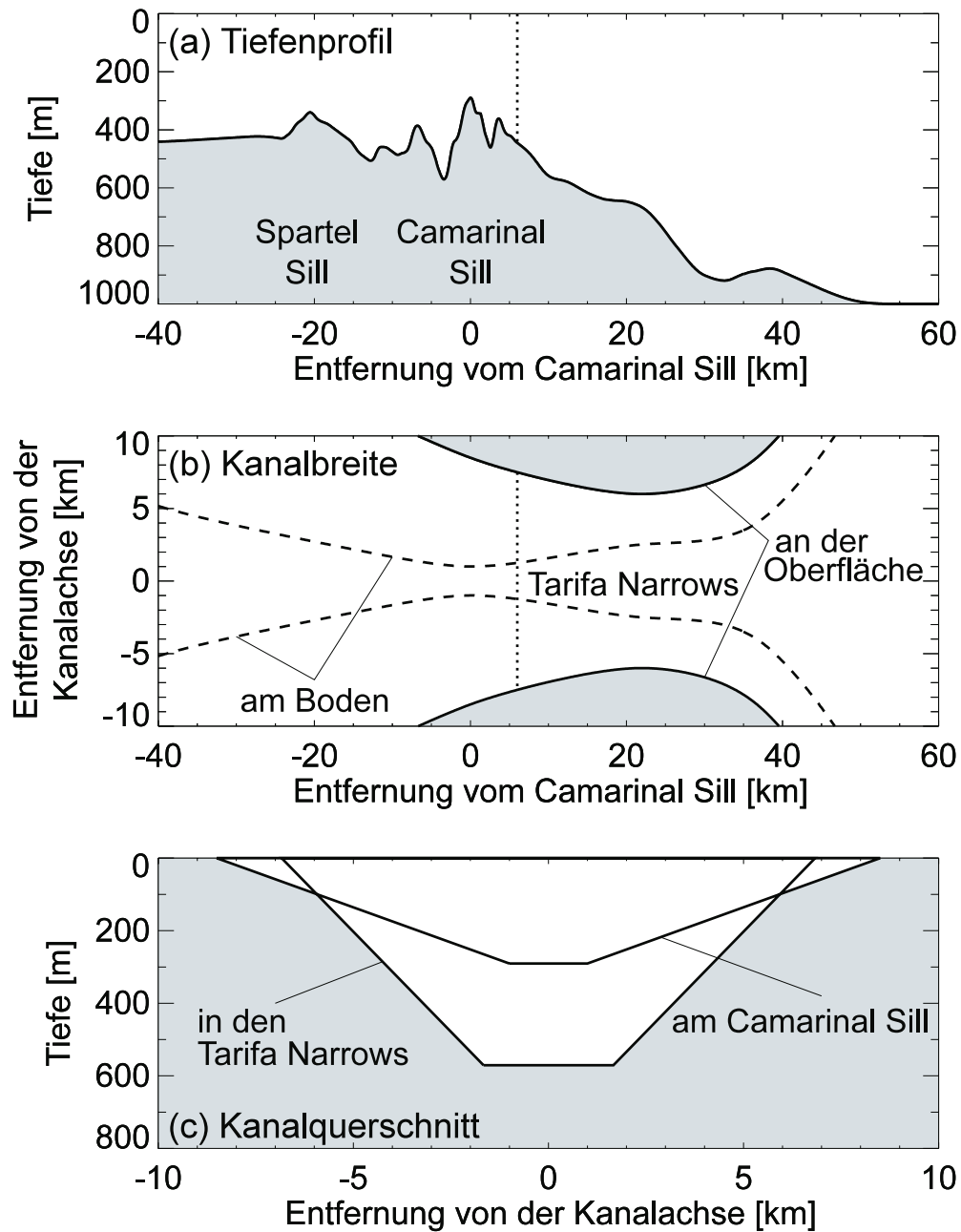
## 3.5 Simulation interner Wellen in der Straße von Gibraltar

### 3.5.1 Modellparameter

In den hier vorgestellten Modellrechnungen wird die Bodentopographie der Straße von Gibraltar (Abbildung 3.1) durch das Tiefenprofil und die Kanalbreiten, die in den Abbildungen 3.7a bzw. 3.7b dargestellt sind, angenähert. Da in dem Modell ein trapezförmiger Kanalquerschnitt angenommen wird, wird eine Kanalbreite bei  $z = 0$  und eine bei  $z = -D$  definiert (Abbildung 3.7b und 3.7c). Die maximale Kanalbreite (an den offenen Rändern) beträgt 100 km. Das Modell umfaßt einen Bereich von 300 km in Richtung der Kanalachse. In den Abbildungen wird allerdings nur ein Ausschnitt von 100 km gezeigt. Alle Größen werden als Funktion der parallel zur Kanalachse gerichteten Koordinate  $x$  ( $x = 0$  am Kamm des Camarinal Sills) dargestellt. Am Camarinal Sill ist die Wassertiefe (290 m) minimal. Der Spar-tel Sill, etwa 20 km westlich des Camarinal Sills, hat eine Wassertiefe von 340 m. Die engste Stelle der Straße von Gibraltar befindet sich 21 km östlich des Camarinal Sills (Tarifa Narrows). Dort beträgt die Kanalbreite an der Oberfläche 12 km (Abbildung 3.7b). Das in den Modellrechnungen benutzte Tiefenprofil enthält auch den Schelfabhang westlich der Straße von Gibraltar. Im Bereich von 80 bis 120 km westlich des Camarinal Sills nimmt die Wassertiefe von etwa 500 m bis auf 1000 m zu. Die maximale Wassertiefe (an den offenen Rändern) beträgt 1000 m. Das Modell wird in zwei Bereiche unterteilt: Der erste Bereich umfaßt das Gebiet von der westlichen Modellgrenze bis unmittelbar östlich des Camarinal Sills, und der zweite Bereich umfaßt das Gebiet östlich davon. Im ersten Bereich wird die hydrostatische Approximation angewendet ( $\delta = 0$ ) und im zweiten Bereich die schwach nichthydrostatische Approximation ( $\delta = 1$ ). Die genaue Grenze zwischen beiden Bereichen wurde so gewählt, daß sie keinen entscheidenden Einfluß auf die Entwicklung der ostwärts propagierenden internen Wellen hat. Nach einigen Testrechnungen wurde die Grenze auf  $x_b = 6$  km gesetzt. Die in den Modellrechnungen benutzten Parameter sind in Tabelle 3.1 zusammengefaßt. Für die mittlere Tiefe der Dichtesprungschicht

**Tabelle 3.1:** Modellparameter

Parameter	Definition	Wert
$\Delta x$ , m	räumlicher Gitterabstand	100
$\Delta t$ , s	Zeitschritt	12.4
$r_{\text{int}}$	interner Reibungsparameter	0.001 or 0.003
$r_{\text{bot}}$	Bodenreibungsparameter	0.01
$A_H$ , $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	horizontaler Diffusionskoeffizient	40
$\Delta \rho / \bar{\rho}$	relative Dichtedifferenz	0.002



**Abbildung 3.7:** In den Modellrechnungen benutzte Bodentopographie der Straße von Gibraltar. Dargestellt ist (a) das Tiefenprofil in Richtung der Kanalachse, (b) die Kanalbreiten an der Oberfläche und am Boden und (c) der Kanalquerschnitt am Camarinal Sill und in den Tarifa Narrows. Die vertikalen gepunkteten Linien unterteilen das Modellgebiet in einen Bereich, in dem die internen Boren erzeugt werden (links der gepunkteten Linien), und einen Bereich, in dem die Boren in interne solitäre Wellen zerfallen (rechts der gepunkteten Linien).

am offenen westlichen Rand wurde ein Wert von 800 m gewählt und für die mittlere Tiefe am offenen östlichen Rand ein Wert von 80 m. *Candela et al.* [1990] zeigten, daß 75% der Variabilität der Strömung in der Straße von Gibraltar eine halbtägige Periodizität aufweist. Deswegen beschränke ich mich in den Modellrechnungen auf einen Gezeitenantrieb mit einer Periode von 12.4 Stunden. Für die Amplitude des Gezeitentransports  $Q_{b0}$  wurde der Wert 3.6 Sv ( $1 \text{ Sv} = 10^6 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ ) gewählt. Dieser Wert entspricht der Summe der gemessenen Amplituden des  $M_2$ -Gezeitentransports der oberen (2.3 Sv) und der unteren Schicht (1.3 Sv) am Camarinal Sill [*Bryden et al.*, 1994]. Die geringe Nettoströmung, die nötig ist, um den Massenverlust im Mittelmeer zu balancieren, ist für die Erzeugung und Ausbreitung von internen Wellen von untergeordneter Bedeutung und deshalb in den Modellrechnungen nicht berücksichtigt.

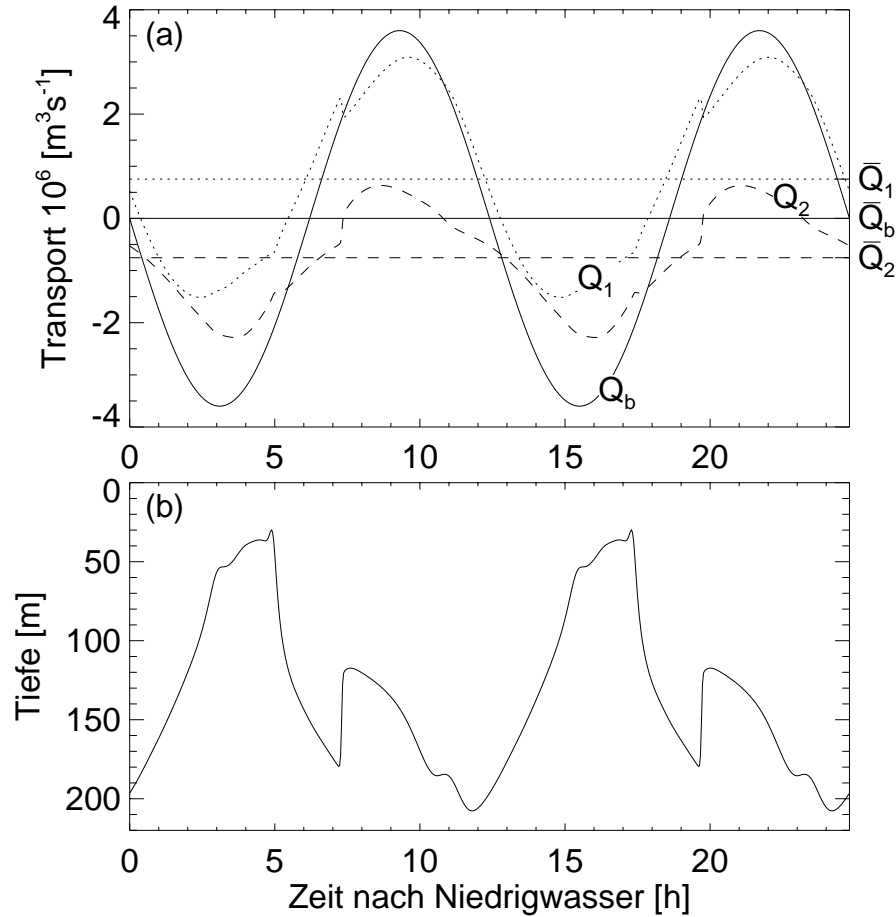
Die Simulationen werden wie folgt durchgeführt: Das Modell wird mit einem geschätzten Profil der Dichtesprungschicht initialisiert. Die Geschwindigkeiten in beiden Schichten sind gleich null. Dann läßt man das Modell solange rechnen, bis sich eine periodische Lösung einstellt. In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse zweier Simulationen mit unterschiedlichen internen Reibungsparametern diskutiert. In der ersten Simulation wird ein interner Reibungsparameter von  $r_{\text{int}} = 0.001$  angenommen. In diesem Fall sind während des gesamten Gezeitenzyklus hydraulische Kontrollpunkte am Schelfabhang und am Spartel Sill vorhanden. Auch am Camarinal Sill und in den Tarifa Narrows sind hydraulische Kontrollpunkte vorhanden, aber diese Kontrollpunkte existieren nicht während des gesamten Gezeitenzyklus. Die mittlere (über einen Gezeitenzyklus gemittelte) Austauschströmung beträgt in diesem Fall  $\langle Q_i \rangle = 0.94 \text{ Sv}$ . Dieser Wert ist größer als die von *Bryden et al.* [1994] aus Strömungsmessungen abgeschätzten Werte für den Einstrom von atlantischem Wasser in das Mittelmeer von 0.68 Sv und den Ausstrom von Mittelmeerwasser von 0.72 Sv. Deshalb wird in der zweiten Simulation der interne Reibungsparameter um einen Faktor 3 erhöht ( $r_{\text{int}} = 0.003$ ). Mit diesem erhöhten Reibungsparameter beträgt die mittlere Austauschströmung  $\langle Q_i \rangle = 0.75 \text{ Sv}$  und stimmt besser mit dem von *Bryden et al.* [1994] bestimmten Ein- und Ausstrom überein. In dieser Simulation ist während des gesamten Gezeitenzyklus keine hydraulische Kontrolle in den Tarifa Narrows vorhanden. Das bedeutet, es liegt kein Maximalaustausch vor. Diese Tatsache steht in Übereinstimmung mit Schlußfolgerungen von *Garett et al.* [1990]: Sie fanden, daß die Austauschströmung durch die Straße von Gibraltar etwas geringer als der Maximalaustausch ist.

### 3.5.2 Ergebnisse der Simulationen

In der Simulation, die durchgeführt wurde, um die Erzeugung und Ausbreitung interner Wellen in der Straße von Gibraltar zu untersuchen, wurden die im Abschnitt 3.5.1 gegebenen Modellparameter benutzt. Wie im Abschnitt 3.5.1 erläutert, wurde für den internen Reibungsparameter der Wert  $r_{\text{int}} = 0.003$  gewählt. In den Abbildungen (3.8)-(3.10) und (3.12) wurde als Referenz für die Phase der Gezeit die "Zeit nach Niedrigwasser bei Tarifa" gewählt. Aufgrund der Phasendifferenz von  $90^\circ$  zwischen

Gezeitendruck und Gezeitenströmung [Candela *et al.*, 1990] tritt Niedrigwasser und Stillwasser nach ostwärts gerichteter Gezeitenströmung etwa zur gleichen Zeit auf. Da die Messungen sich auf die Zeit nach Niedrigwasser beziehen und die Modellgleichungen keine Oberflächenauslenkung enthalten, wurde in den Modellergebnissen die “Zeit nach Stillwasser” durch die “Zeit nach Niedrigwasser” ersetzt.

In den Abbildungen 3.8a und 3.8b sind Zeitserien der Transporte bzw. der Tiefe der Dichtesprungschicht am Camarinal Sill für zwei Gezeitenzyklen dargestellt. Hier



**Abbildung 3.8:** Simulierte Zeitserien der (a) Transporte (positive Werte bezeichnen Strömung nach Osten und negative Werte Strömung nach Westen) und (b) der Tiefe der Dichtesprungschicht für zwei Gezeitenzyklen. In Abbildung 3.8a bezeichnet die durchgezogene Linie den barotropen Transport  $Q_b$ , die gepunktete Linie den Transport der oberen Schicht  $Q_1$  und die gestrichelte Linie den Transport der unteren Schicht  $Q_2$ . Die geraden horizontalen Linien in Abbildung 3.8a bezeichnen die mittleren Transporte:  $\bar{Q}_b$  (durchgezogene Linie),  $\bar{Q}_1$  (gepunktete Linie) und  $\bar{Q}_2$  (gestrichelte Linie).

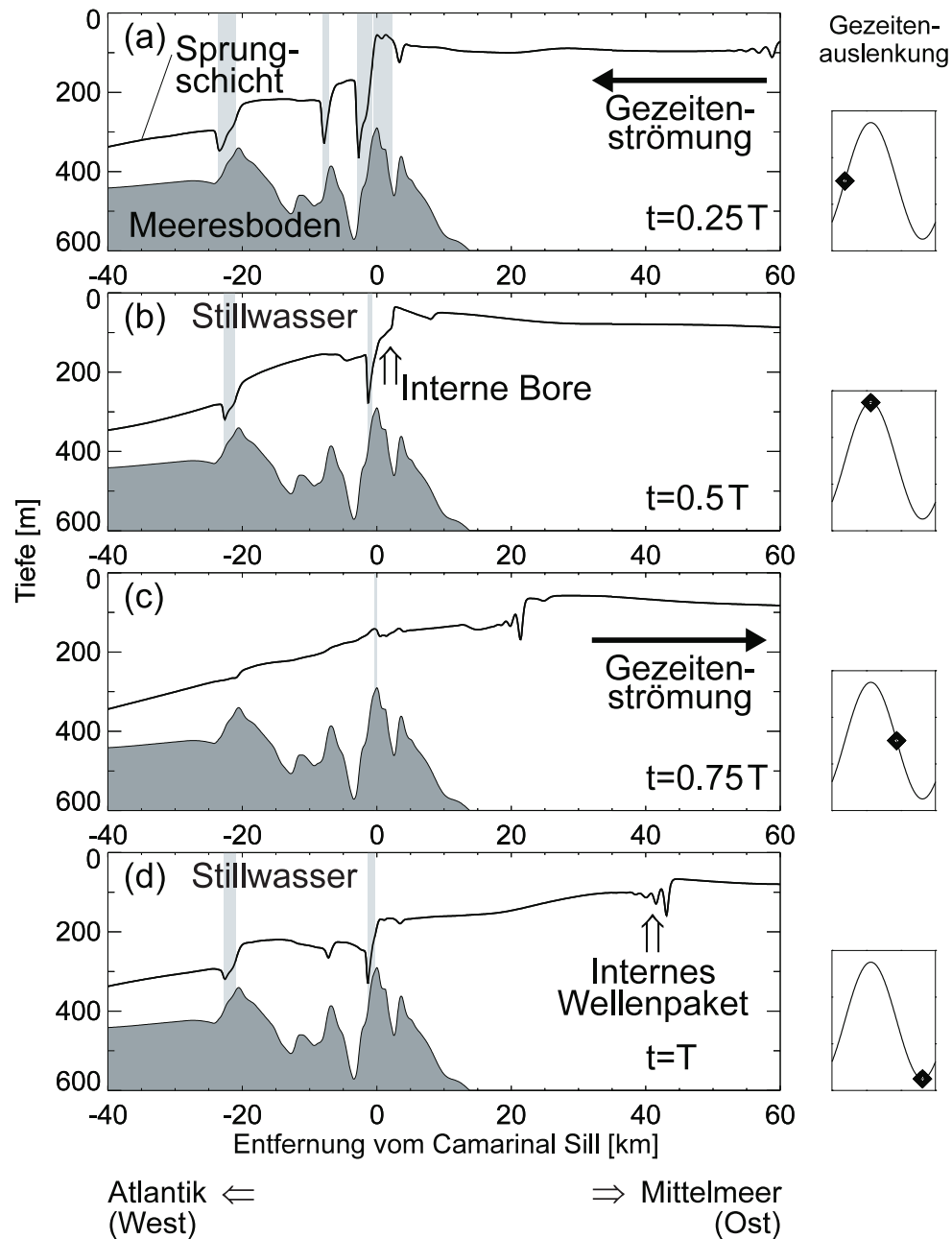
bezeichnen negative Transporte westwärts gerichtete Strömung. Die berechneten Amplituden der Transporte der oberen und unteren Schicht sind 2.2 bzw. 1.4 Sv. Die Tiefe der Sprungschicht variiert zwischen 30 und 200 m. Dabei kommt sie bei

westwärts gerichteter Gezeitenströmung am dichtesten zur Meeresoberfläche. Wenn die westwärts gerichtete Gezeitenströmung nachläßt, fällt die Sprungschicht, und der Transport in der oberen Schicht steigt stark an. Das ist der Zeitpunkt, an dem sich die ostwärts propagierende interne Bore vom Camarinal Sill löst. Bei ostwärts gerichteter Gezeitenströmung entwickelt sich ein schwächeres Minimum der Tiefe der Sprungschicht.

In Abbildung 3.9 ist die Tiefe der Dichtesprungschicht zwischen den beiden Schichten für vier verschiedene Phasen des Gezeitenzyklus (Periode  $T$ ) als Funktion des Abstandes vom Camarinal Sill dargestellt. Die hellgrau schattierten Bereiche in dieser Abbildung kennzeichnen die Gebiete, in denen die Strömung superkritisch ist, d.h., in denen die zusammengesetzte interne Froudezahl  $G$  (definiert durch (3.21)) größer als 1 ist. Die Entwicklung der simulierten Tiefe der Dichtesprungschicht steht in guter Übereinstimmung mit Beobachtungen von *Armi und Farmer* [1988]. Bei starker westwärts gerichteter Strömung sind am Camarinal Sill, am Spartel Sill und an den Nebenkämmen 7 km westlich und 4 km östlich des Camarinal Sills Depressionen der Dichtesprungschicht vorhanden (Abbildung 3.9a). Zu dieser Zeit sind der barotrope Gezeitenantrieb und der mittlere Ausstrom in der unteren Schicht gleichgerichtet, und die Sprungschicht unmittelbar östlich des Camarinal Sills wird zur Meeresoberfläche gedrückt. In dem Gebiet unmittelbar westlich des Camarinal Sills besteht für etwa 7.5 Stunden eine superkritische Strömung (zentriert um maximale westwärts gerichtete Gezeitenströmung). Bei Stillwasser nach westwärts gerichteter Gezeitenströmung (Abbildung 3.9b) löst sich eine interne Bore vom Camarinal Sill und propagiert ostwärts. Aufgrund der Amplituden-Dispersion nimmt die Steilheit der Front der internen Bore zu. Dadurch wird die Frequenz-Dispersion immer bedeutsamer, was schließlich dazu führt, daß die Bore in ein Paket interner solitärer Wellen zerfällt (Abbildungen 3.9c und 3.9d). Wie man aus den Abbildungen 3.9b und 3.9c sehen kann, wird auch an dem Nebenkamm 4 km östlich des Camarinal Sills eine, allerdings viel schwächere, interne Bore erzeugt.

Messungen, die von *Watson und Robinson* [1990] mit einem Küstenradar vom Felsen von Gibraltar durchgeführt wurden, haben gezeigt, daß die ostwärts propagierenden internen Wellenpakete aus zwei "Pulsen" bestehen. In der hier vorgestellten Simulation erreicht das zweite Wellenpaket aufgrund seiner größeren Amplitude und damit seiner größeren Phasengeschwindigkeit das erste Wellenpaket nach einer zurückgelegten Entfernung von etwa 35 km (siehe auch Abbildung 3.10). Mit zunehmender ostwärts gerichteter Gezeitenströmung erreicht die interne Bore die Tarifa Narrows und wird dort mit der starken Strömung in der oberen Schicht ostwärts verfrachtet (Abbildung 3.9c). Bei starker ostwärts gerichteter Gezeitenströmung ist die Strömung in einem kleinen Gebiet am Kamm des Camarinal Sills für etwa 1 Stunde superkritisch, was zur Erzeugung einer sehr schwachen westwärts propagierenden internen Bore führt (Abbildung 3.9c). Die Asymmetrie in der Erzeugung von internen hydraulischen Sprüngen am Camarinal Sill bei westwärts und ostwärts gerichteter Gezeitenströmung ist eine Folge der mittleren Strömung in der unteren Schicht und führt zu einer Ost-West-Asymmetrie des internen Wellenfeldes: westwärts propagierende interne Wellen sind viel schwächer als ostwärts propagierende. Zur selben Zeit,

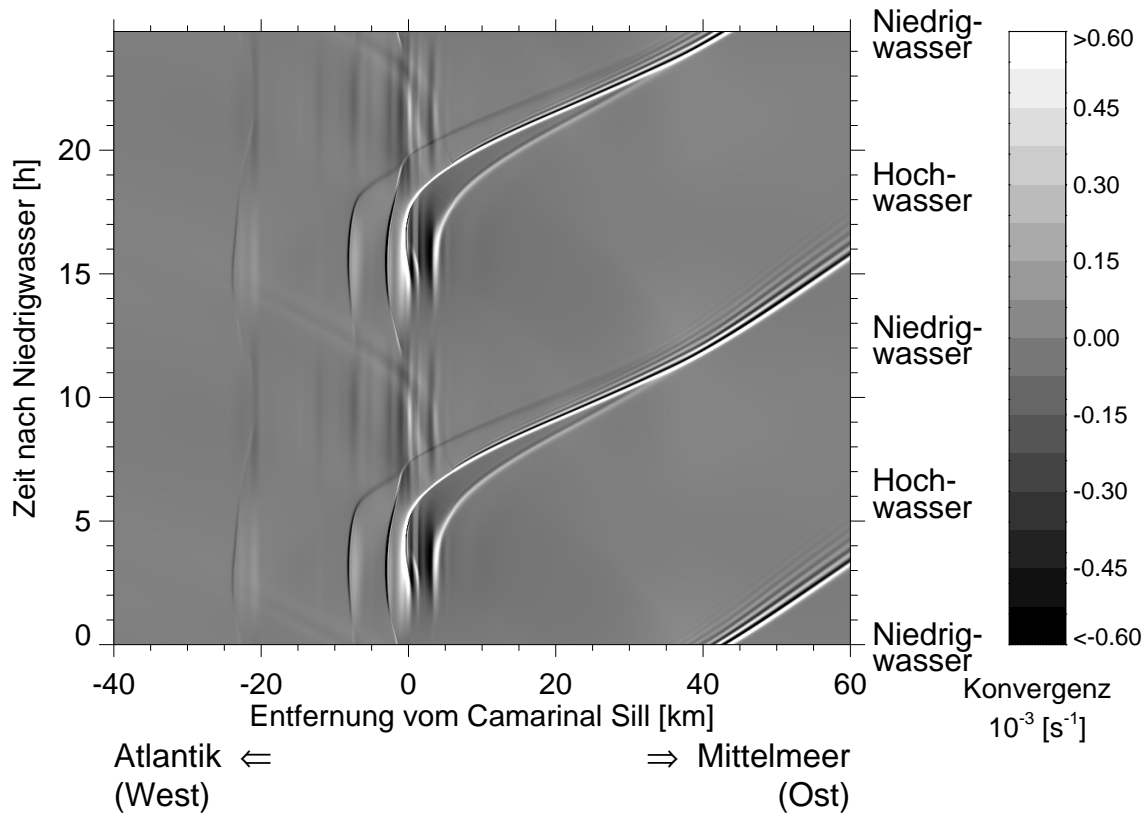




**Abbildung 3.9:** Simulierte Tiefe der Dichtesprungschicht (Halokline) zu den Zeiten (a)  $0.25T$ , (b)  $0.5T$ , (c)  $0.75T$  und (d)  $T$  ( $T$  bezeichnet die Periode der Gezeit) als Funktion der Entfernung vom Camarinal Sill ( $x = 0$ ). Die Zeit  $t = 0$  ist die Zeit von Niedrigwasser bei Tarifa. Die hellgrau schattierten Bereiche in dieser Abbildung kennzeichnen die Gebiete, in denen die Strömung superkritisch ist. Es ist zu erkennen, wie die Tiefe der Sprungschicht während eines Gezeitenzyklus variiert, und wie sich ein Paket interner solitärer Wellen entwickelt.

östlich des Camarinal Sills, erscheint die interne Bore, die ursprünglich durch die westwärts gerichtete Gezeitenströmung erzeugt wurde, als ein Paket ostwärts propagierender interner solitärer Wellen. Die Amplituden der internen solitären Wellen verringern sich von der Front des Wellenpakets bis zu seiner Rückseite. Die maximale Amplitude (Entfernung vom Wellenberg zum Wellental) der simulierten ostwärts propagierenden internen Wellen innerhalb der Straße von Gibraltar beträgt etwa 100 m.

Abbildung 3.10 zeigt für zwei Gezeitenzyklen die simulierte zeitliche und räumliche Entwicklung der Oberflächenkonvergenz, die mit internen Störungen verbunden ist. Deutlich zu erkennen ist der Unterschied zwischen den Konvergenzmustern, die



**Abbildung 3.10:** Raum-Zeit-Diagramm der simulierten Oberflächenkonvergenz, die mit internen Störungen verbunden ist. Die Abbildung zeigt die Entwicklung der internen Wellen, die durch die Wechselwirkung der Gezeitenströmung mit der Topographie erzeugt werden, als Funktion der Entfernung vom Camarinal Sill ( $x = 0$ ) und der Zeit nach Niedrigwasser bei Tarifa ( $t = 0$ ). Die Graustufen repräsentieren die Stärke der Oberflächenkonvergenz, die in 1. Ordnung proportional zur Variation des normierten Radarrückstreuquerschnittes ist.

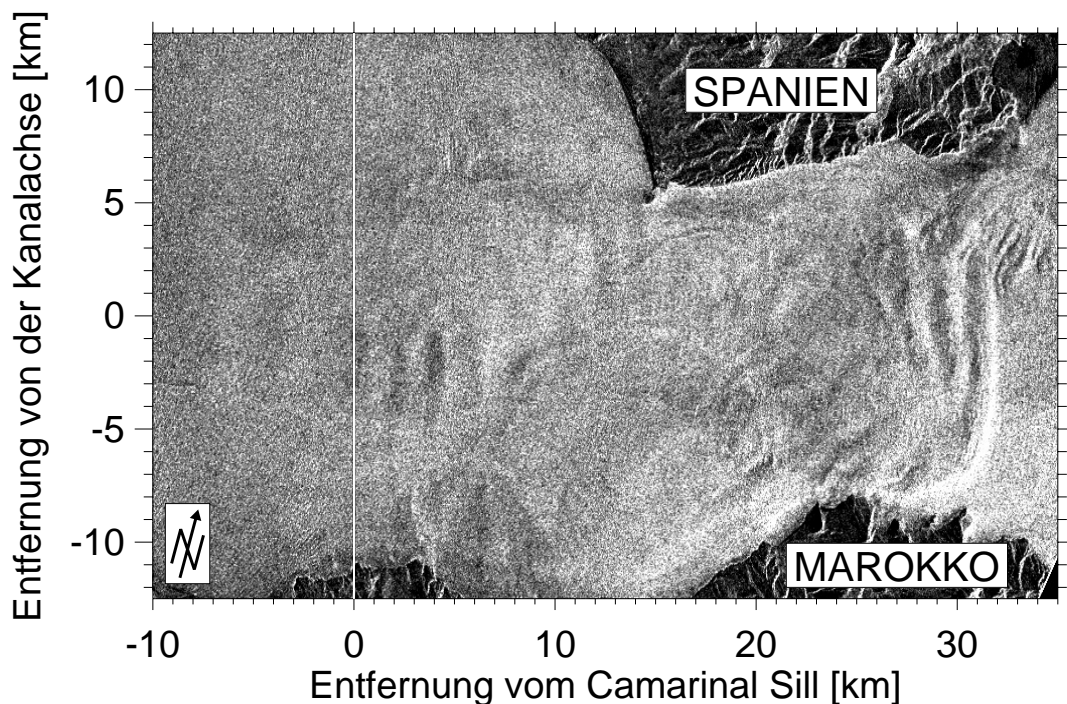
östlich und westlich des Camarinal Sills durch interne Wellen hervorgerufen werden. Unmittelbar westlich des Camarinal Sills sind starke quasistationäre Oberflächenkonvergenzmuster vorhanden. Diese Konvergenzmuster sind mit den starken Depressionen der Sprungschicht in diesem Gebiet verbunden, die dort für etwa 4 Stunden

existieren. Nachdem sich die interne Bore vom Camarinal Sill gelöst hat, vergrößert sich die Steilheit der Front, was zu einer Verstärkung der Oberflächenkonvergenz führt. Schließlich zerfällt die Bore in ein Paket interner solitärer Wellen, welches alternierende konvergente und divergente Strömungen an der Meeresoberfläche verursacht.

### 3.6 ERS-1 Radarbilder und ihr Vergleich mit Modellrechnungen

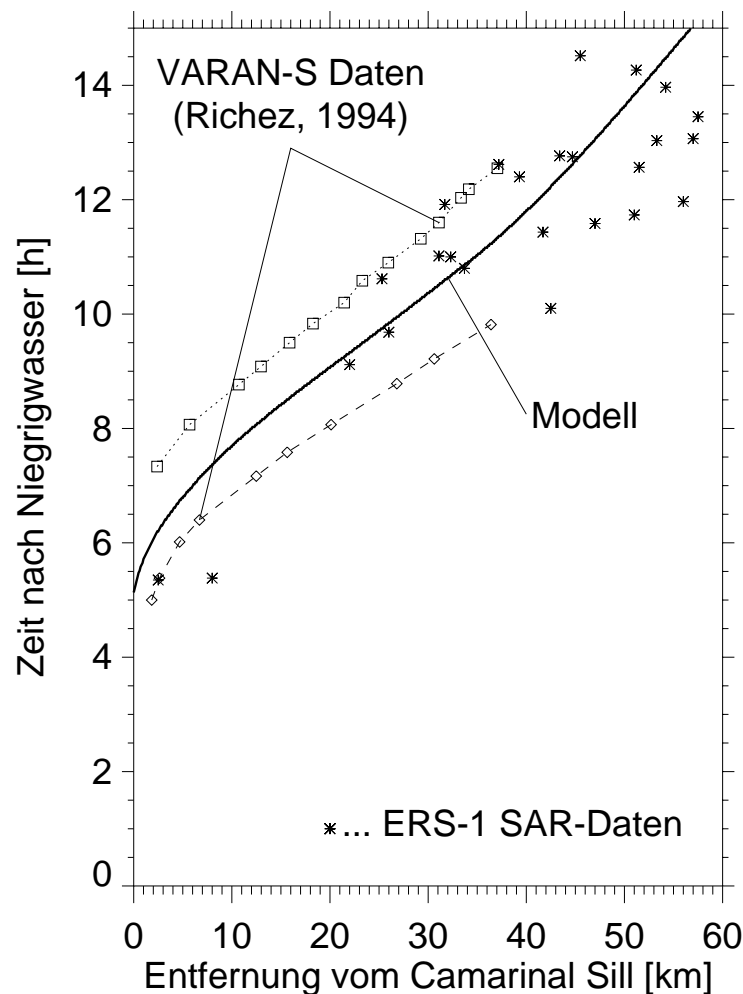
Für diese Arbeit wurden 155 ERS-1 SAR-Bilder (ESA Produkt: ERS-1 SAR PRI) von 94 Satellitenüberflügen analysiert. Die Bilder wurden im Zeitraum von Januar 1992 bis März 1995 über der Straße von Gibraltar und der Alboran See (östlich der Straße von Gibraltar) aufgenommen. Außerdem werden hier die Ergebnisse der Analyse von SAR-Bildern, die von einem französischen Flugzeug am 22. und 24. Juni 1986 über der Straße von Gibraltar aufgenommen wurden [Richez, 1994], für einen Vergleich mit den Modellrechnungen benutzt. An diesen zwei Flugtagen wurden zwei interne Wellenpakete über Zeiträume von 10 und 6 Stunden verfolgt und aufeinanderfolgende Radarbilder aufgenommen, die eine Analyse der zeitlichen und räumlichen Entwicklung der internen Wellenpakete ermöglichen. Obwohl die ganztägige Gezeit im Vergleich zur halbtägigen Gezeit schwach ist, zeigen die Daten, daß die ganztägige Gezeit die Ausbreitungsgeschwindigkeit der internen Boren beeinflusst.

In Abbildung 3.11 ist ein typisches ERS-1 SAR-Bild dargestellt (Orbit: 18847, Frame: 2871/2889, Datum: 21. Februar 1995, Zeit: 11:05 UTC). Dieses Bild zeigt Oberflächensignaturen eines ostwärts propagierenden internen Wellenpakets innerhalb



**Abbildung 3.11:** ERS-1 SAR-Bild von der Straße von Gibraltar, aufgenommen 12 h 5 min nach Niedrigwasser bei Tarifa (21. Februar 1995, 11:05 UTC). Das Bild zeigt Oberflächensignaturen eines ostwärts propagierenden internen Wellenpakets innerhalb der Straße von Gibraltar (rechter Bildabschnitt).

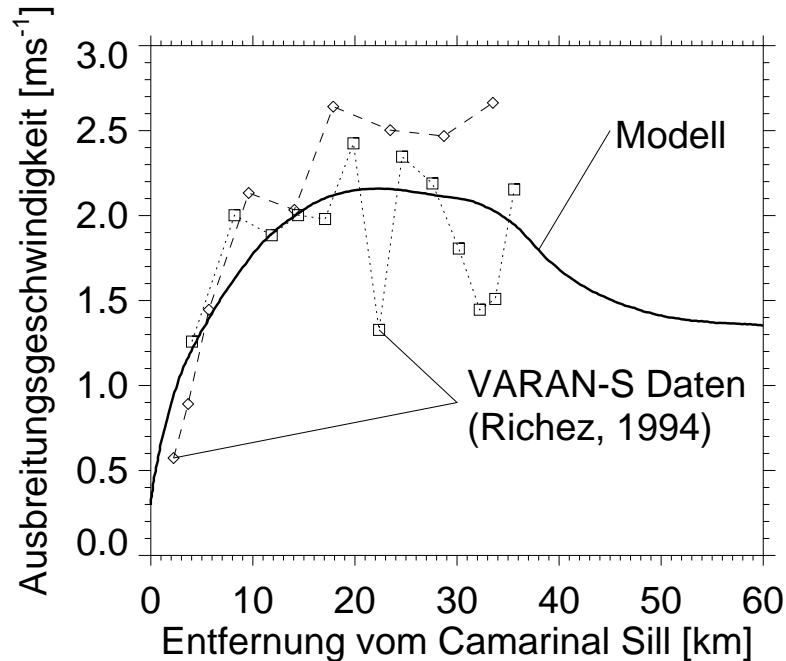
der Straße von Gibraltar. Nach (2.45) ist eine positive Oberflächenkonvergenz mit einem erhöhten NRCS und damit mit einer erhöhten Bildintensität verbunden. Aufgrund der Entwicklung der internen Wellen aus einer Depression der Dichtesprungschicht muß die Front des Wellenpakets immer mit einer erhöhten Bildintensität verbunden sein [Alpers, 1985]. Auf den 155 ERS-1 SAR-Bildern von 94 Satellitenüberflügen kann man Oberflächensignaturen von 25 verschiedenen ostwärts propagierenden internen Wellenpaketen erkennen. Abbildung 3.12 ist ein Raum-Zeit-Diagramm, welches die Ausbreitung der internen Boren skizziert. Die vom Modell berechnete



**Abbildung 3.12:** Position der Front der ostwärts propagierenden internen Boren in der Straße von Gibraltar relativ zur Zeit nach Niedrigwasser bei Tarifa. Die gepunktete und die gestrichelte Linie sind experimentelle Daten von Messungen mit einem französischen flugzeuggetragenen SAR [Richez, 1994] und die "Sterne" Daten von Messungen mit dem ERS-1 SAR. Die durchgezogene Linie wurde mit dem numerischen Modell berechnet.

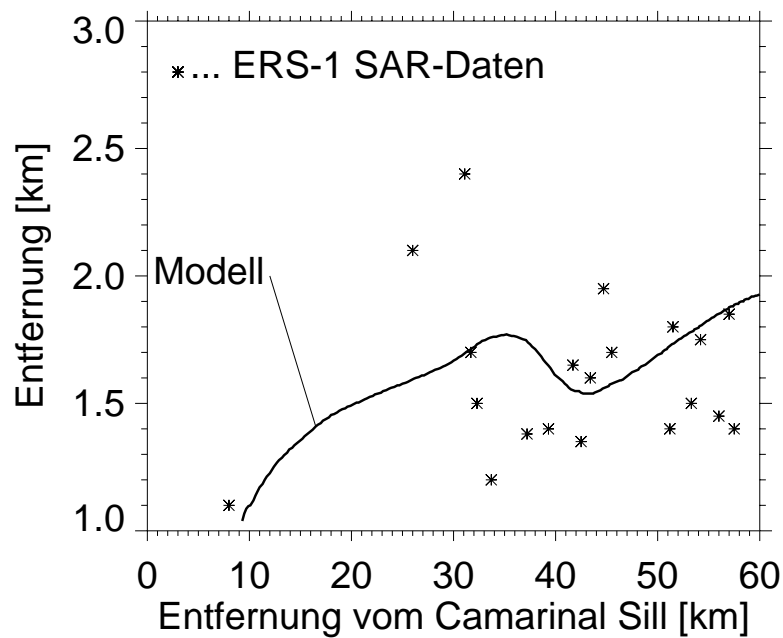
Kurve stimmt gut mit den Datenpunkten aus ERS-1 SAR-Bildern und Bildern vom flugzeuggetragenen SAR überein. Die vom Modell berechnete und die vom flugzeuggetragenen SAR gemessene Ausbreitungsgeschwindigkeit der internen Boren ist in

Abbildung 3.13 dargestellt. Die Linien zeigen den gleichen Verlauf: Nahe dem Camarinal Sill ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit sehr klein, da zu diesem Zeitpunkt die Strömung in der unteren Schicht westwärts gerichtet ist. Mit schwächer werdender westwärts gerichteter Gezeitenströmung nimmt die Ausbreitungsgeschwindigkeit der internen Bore zu. Während ostwärts gerichteter Gezeitenströmung befindet sich die interne Bore in den Tarifa Narrows und ihre Ausbreitungsgeschwindigkeit ist aufgrund der Advektion durch die starke Strömung in der oberen Schicht maximal. Hat die interne Bore die Tarifa Narrows durchquert, verringert sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit wegen des sich nach Osten weitenden Kanals und der nachlassenden Advektion durch die Gezeitenströmung.



**Abbildung 3.13:** Ausbreitungsgeschwindigkeit der Front von zwei internen Wellenpaketen als Funktion der Entfernung vom Camarinal Sill, gemessen von einem französischen flugzeuggetragenen SAR an zwei verschiedenen Tagen [Richez, 1994] (gepunktete und gestrichelte Linie). Die durchgezogene Linie wurde mit dem numerischen Modell berechnet.

In Abbildung 3.14 ist der Abstand zwischen den ersten beiden internen solitären Wellen in einem Wellenpaket als Funktion der Entfernung vom Camarinal Sill dargestellt. Dieser Abstand vergrößert sich zunächst mit zunehmender Entfernung vom Camarinal Sill, da die erste interne solitäre Welle eine größere Amplitude und damit auch eine größere Phasengeschwindigkeit besitzt als die nachfolgenden Wellen. In dem Gebiet östlich der Tarifa Narrows ist die ostwärts gerichtete Strömungsgeschwindigkeit der Gezeit wegen des sich nach Osten weitenden Kanals konvergent. Wenn das ostwärts propagierende interne Wellenpaket dieses Gebiet durchquert, verringern sich der Abstände zwischen aufeinanderfolgenden internen solitären Wellen in diesem Wellenpaket. Außerhalb der Straße von Gibraltar vergrößert sich dieser

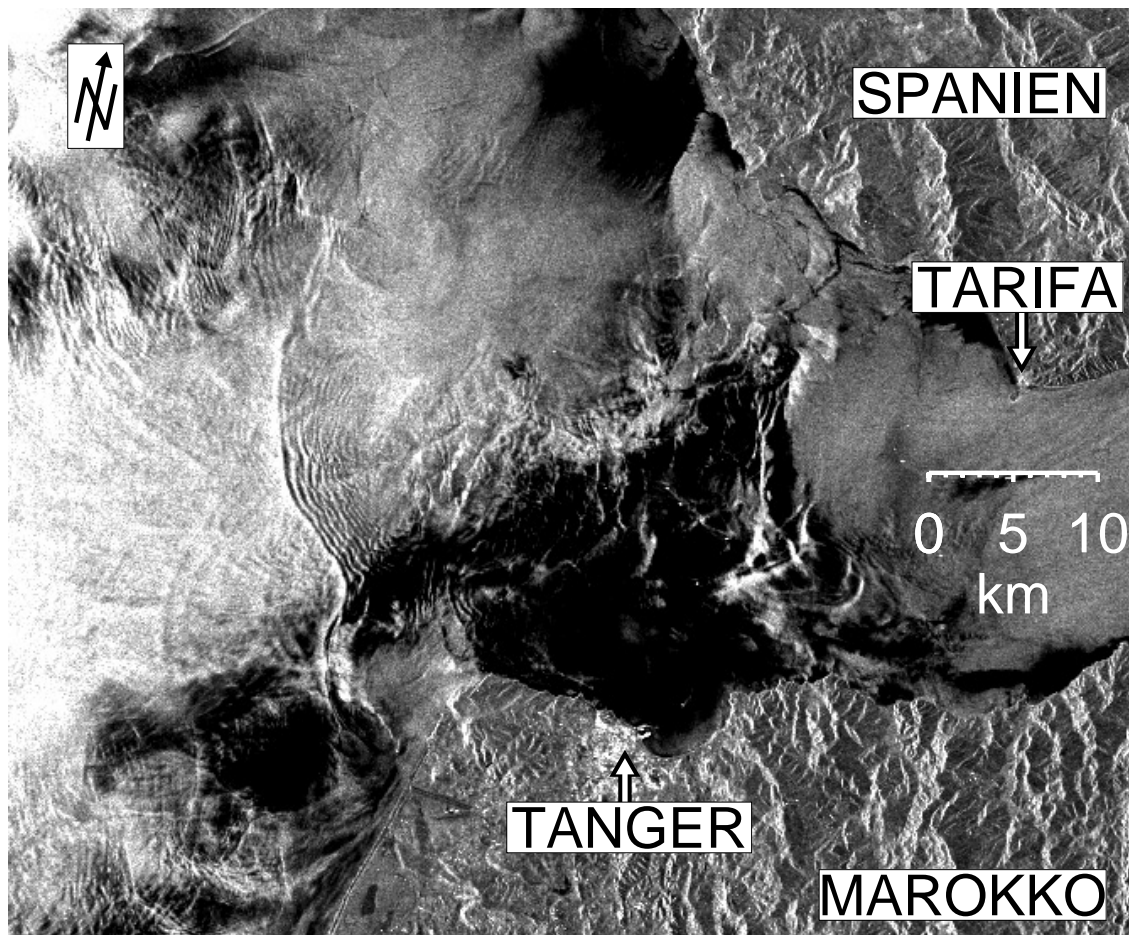


**Abbildung 3.14:** Abstand zwischen den ersten beiden internen solitären Wellen in einem Wellenpaket als Funktion der Entfernung vom Camarinal Sill. Die "Sterne" sind Daten von Messungen mit dem ERS-1 SAR, und die durchgezogene Linie wurde mit dem numerischen Modell berechnet.

Abstand wieder (Abbildung 3.14). Auf einigen ERS-1 SAR-Bildern, die über der Alboran See aufgenommen wurden, beträgt der Abstand zwischen den ersten beiden solitären Wellen eines internen Wellenpakates bis zu 10 km.

Die Analyse der ERS-1 SAR-Bilder zeigt, daß im allgemeinen die Anzahl der internen solitären Wellen in einem Wellenpaket mit der Entfernung vom Camarinal Sill zunimmt, wie es auch nach der Theorie interner solitärer Wellen zu erwarten ist. Allerdings variiert diese Anzahl sehr stark, was teilweise dadurch zu erklären ist, daß die internen Wellenpakete unter unterschiedlichen meteorologischen Bedingungen mit dem Radar beobachtet wurden. Wie schon zuvor bemerkt, hängt die mit den internen Wellen verbundene Modulation des NRCS von Geschwindigkeit und Richtung des Windes über der Meeresoberfläche ab.

Die Modellrechnungen zeigen, daß westwärts propagierende interne Wellen mit einer viel schwächeren Oberflächenkonvergenz verbunden sind als die ostwärts propagierenden Wellen. Diese Aussage stimmt mit den Ergebnissen der Analyse der ERS-1 SAR-Bilder überein, auf denen man nur sehr selten Rauigkeitsmuster westwärts propagierender interner Wellen erkennen kann. In Abbildung 3.15 ist ein ERS-1 SAR-Bild dargestellt (Orbit: 15984, Frame: 711, Datum: 5. August 1994, Zeit: 22:41 UTC), auf welchem Rauigkeitsmuster eines Pakets westwärts propagierender interner Wellen etwa 25 km westlich des Camarinal Sills zu erkennen sind. Aber diese Rauigkeitsmuster werden wahrscheinlich nicht durch interne Wellen verursacht,



**Abbildung 3.15:** ERS-1 SAR-Bild von der Straße von Gibraltar, aufgenommen 3 h 8 min nach Niedrigwasser bei Tarifa (5. August 1994, 22:41 UTC). Das Bild zeigt Oberflächensignaturen eines westwärts propagierenden internen Wellenpakets.

die entlang der Dichtesprungschicht zwischen dem salzreichen Mittelmeerwasser und dem salzarmen Atlantikwasser (Halokline) propagieren. Vielmehr scheinen diese beobachteten internen Wellen mit einer saisonalen Thermokline verbunden zu sein, die sich im Sommer in diesem Gebiet ausbildet. Auch zwei andere ERS-1 SAR-Bilder, auf denen schwächere Rauheitsmuster westwärts propagierender Wellen erkennbar sind, wurden im August aufgenommen ((1) Orbit: 10939, Frame: 711, Datum: 18. August 1993, Zeit: 22:42 UTC und (2) Orbit: 15984, Frame: 711, Datum: 5. August 1994, Zeit: 22:41 UTC). Die Modellrechnungen zeigen, daß interne Wellen, die westwärts entlang der Halokline propagieren, sehr schwache Oberflächenkonvergenzmuster verursachen (siehe Abbildung 3.10). Das liegt zum einen daran, daß die Amplituden westwärts propagierender interner Wellen kleiner sind als die Amplituden ostwärts propagierender Wellen, zum anderen aber auch daran, daß die Halokline sich in diesem Gebiet in einer Tiefe von mehr als 150 m befindet (siehe Abbildung 3.9). Der Abstand zwischen den ersten beiden solitären Wellen des westwärts propa-

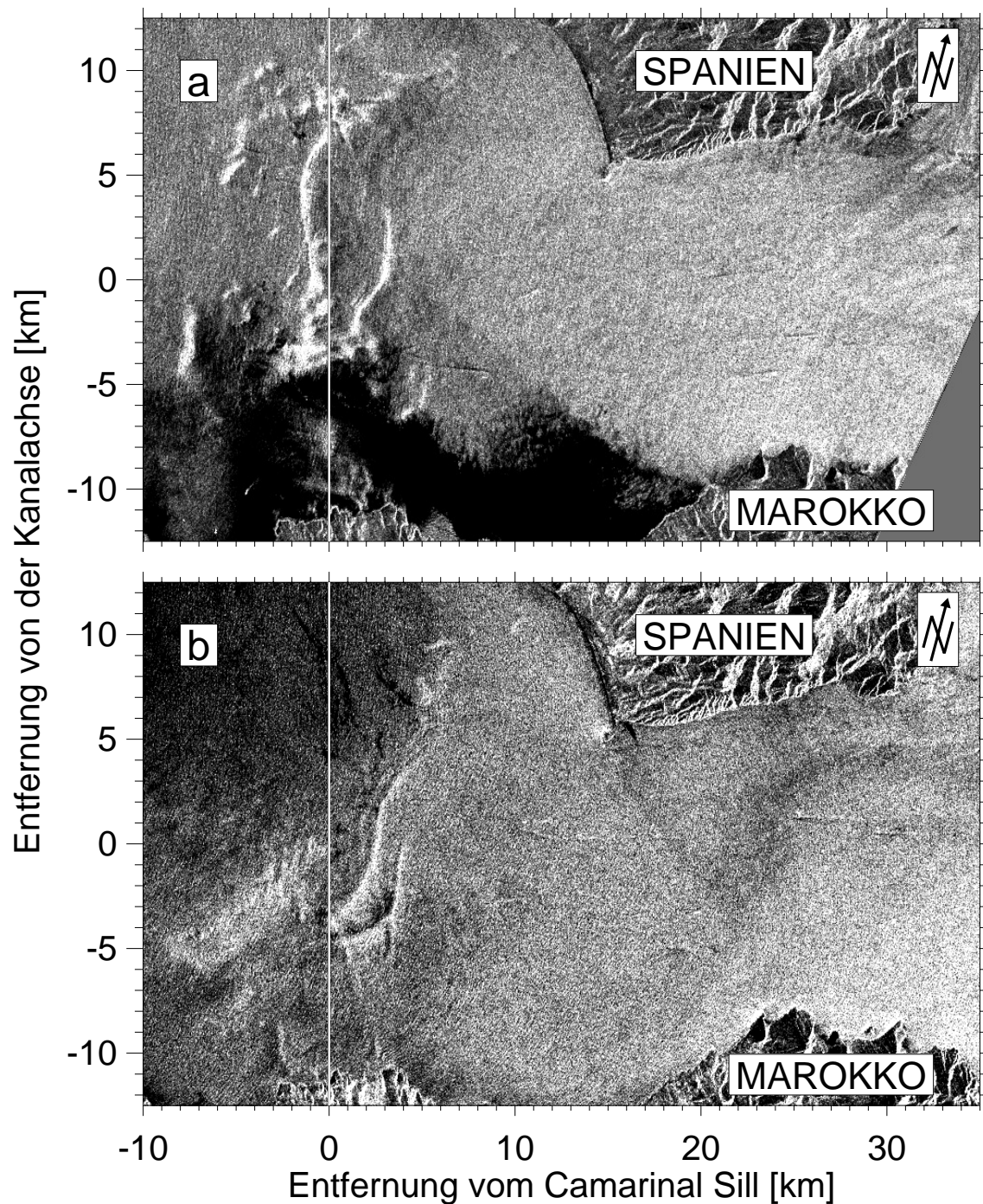


gierenden Wellenpakets aus Abbildung 3.15 ist kleiner als 600 m und damit kleiner als vergleichbare Abstände zwischen den ersten beiden solitären Wellen ostwärts propagierender Wellenpakete (siehe Abbildung 3.14). Aus der Theorie interner solitärer Wellen folgt, daß für einen großen Bereich von Wellenamplituden die Wellenlänge (oder exakter: die äquivalente Rechteck-Wellenlänge) interner solitärer Wellen proportional zur Schichtdicke der oberen Schicht ist [Miyata, 1988]. Daraus kann man schließen, daß sich die beobachteten westwärts propagierenden internen solitären Wellen nicht entlang der Halokline ausbreiten, sondern entlang der saisonalen sommerlichen Thermokline, die in diesem Gebiet der Meeresoberfläche viel näher ist als die Halokline [Lacombe und Richez, 1982]. Das hier vorgestellte Modell ist nicht in der Lage, die Entstehung und Ausbreitung interner Wellen an dieser saisonalen Thermokline zu beschreiben, da das Modell nur eine Dichtesprungschicht (die Halokline) beinhaltet.

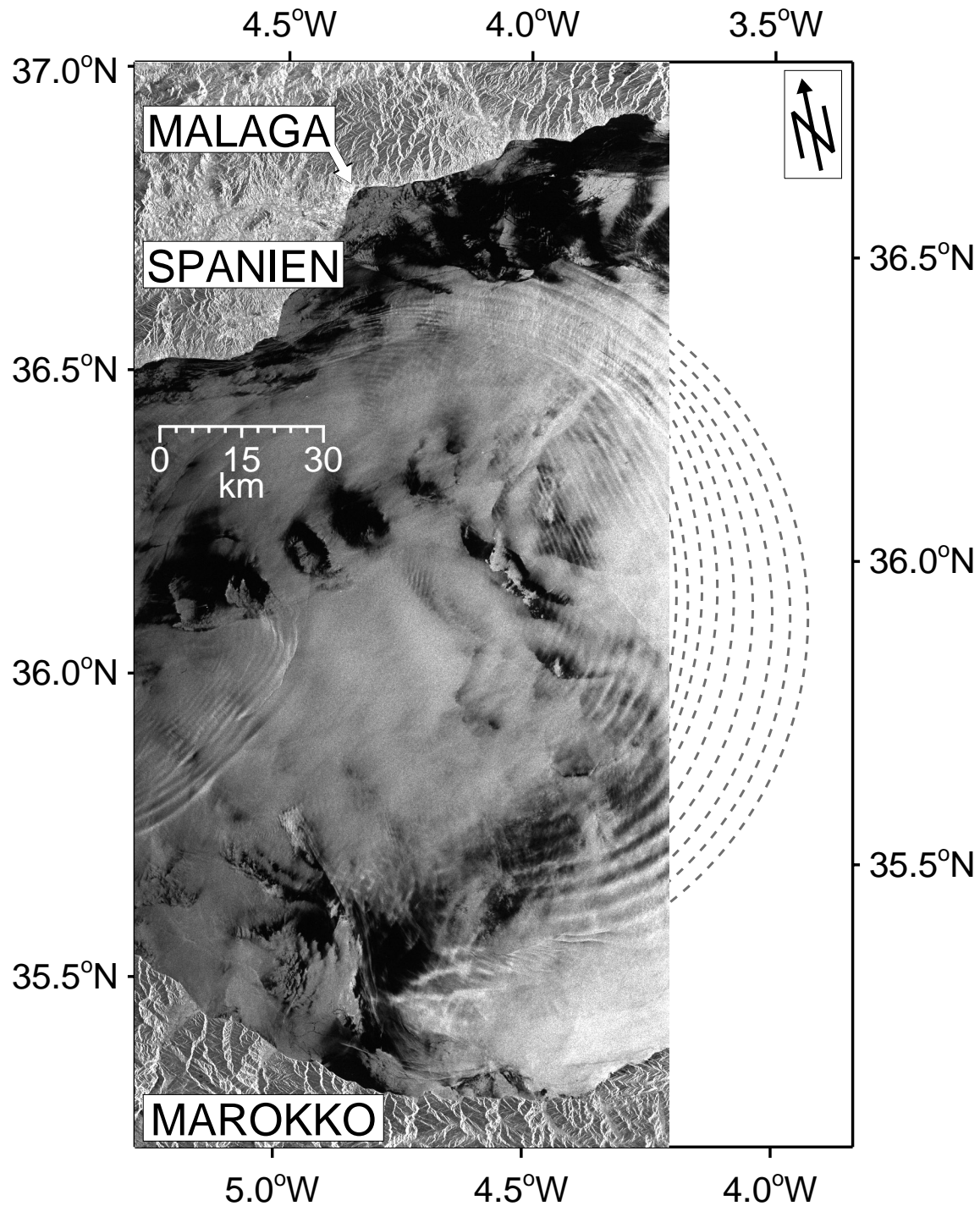
Von insgesamt 86 ERS-1 SAR-Bildern, die über dem Camarinal Sill aufgenommen wurden, sind auf 30 Bildern Rauigkeitsmuster zu erkennen, die durch die starken Depressionen der Sprungschicht in diesem Gebiet hervorgerufen werden. Abbildung 3.16 zeigt zwei solcher ERS-1 SAR-Bilder ((1) Orbit: 7754, Frame: 2871/2889, Datum: 8. Januar 1993, Zeit: 11:05 UTC und (2) Orbit: 12979, Frame: 2871/2889, Datum: 8. Januar 1994, Zeit: 11:03 UTC). Das Bild aus Abbildung 3.16a wurde ungefähr bei maximaler westwärts gerichteter Gezeitenströmung aufgenommen (2 h 47 min nach Niedrigwasser bei Tarifa). Zu diesem Zeitpunkt befinden sich Bänder erhöhter Radarbildintensität westlich des Camarinal Sill und westlich des Nebenkammes 4 km östlich des Camarinal Sills. Diese Struktur der Oberflächensignaturen interner Störungen im Bereich des Camarinal Sills wird auch vom Modell vorausgesagt (siehe Abbildung 3.10). Das Bild aus Abbildung 3.16b wurde ungefähr bei Stillwasser nach westwärts gerichteter Gezeitenströmung aufgenommen (5 h 31 min nach Niedrigwasser bei Tarifa). Auf diesem Bild befinden sich die Bänder erhöhter Radarbildintensität östlich des Camarinal Sills. Diese Bänder sind Oberflächensignaturen der ostwärts propagierenden internen Bore. Die ERS-1 SAR-Bilder in Abbildung 3.16 zeigen auch, wie schon Beobachtungen von *Watson und Robinson* [1990] und die hier vorgestellten Modellrechnungen, daß die ostwärts propagierende interne Bore aus zwei "Pulsen" besteht.

Die stärksten Rauigkeitsmuster über dem Camarinal Sill sind im Zeitraum von 2 bis 5 Stunden nach Niedrigwasser bei Tarifa anzutreffen. Das ist der Zeitraum starker westwärts gerichteter Gezeitenströmung. Die Form der Rauigkeitsmuster über dem Camarinal Sill korreliert in diesem Zeitraum gut mit der komplexen Bodentopographie in diesem Gebiet (vergleiche Abbildung 3.1 mit Abbildung 3.16a).

Interne Wellen, die in der Straße von Gibraltar erzeugt werden, können sich über große Entfernungen ausbreiten. Abbildung 3.17 zeigt ein ERS-1 SAR-Bild von der Alboran See (Orbit: 11719, Frame: 2871/2889, Datum: 12. Oktober 1994, Zeit: 10:59 UTC). Auf diesem Bild kann man Oberflächensignaturen von zwei internen Wellenpaketen erkennen, die in aufeinanderfolgenden Gezeitenzyklen erzeugt wurden. Das östliche Wellenpaket hat eine seitliche Ausdehnung von mehr als 110 km und reicht fast von der spanischen bis zur marokkanischen Küste. Da das ERS-1 SAR nur



**Abbildung 3.16:** Zwei ERS-1 SAR-Bilder von der Straße von Gibraltar, aufgenommen zu verschiedenen Phasen des Gezeitenzyklus: (a) 2 h 47 min nach Niedrigwasser bei Tarifa (8. Januar 1993, 11:05 UTC) und (b) 5 h 31 min nach Niedrigwasser bei Tarifa (8. Januar 1994, 11:03 UTC). Das erste Bild (Abbildung 3.16a) wurde bei maximaler westwärts gerichteter Gezeitenströmung aufgenommen und das zweite Bild (Abbildung 3.16b) bei Stillwasser nach westwärts gerichteter Gezeitenströmung. Die Bilder zeigen Oberflächensignaturen von Depressionen der Dichtesprungschicht im Bereich des Camarinal Sills.



**Abbildung 3.17:** ERS-1 SAR-Bild von der Alboran See südlich der spanischen Stadt Malaga (12. Oktober 1993, 10:59 UTC). Das Bild zeigt Oberflächensignaturen von zwei internen Wellenpaketen, die in der Straße von Gibraltar erzeugt wurden. Die Oberflächensignaturen des östlichen Wellenpakets sind außerhalb des SAR-Bildes extrapoliert. Der Abstand zwischen der Front dieses internen Wellenpakets und Gibraltar beträgt etwa 150 km.

einen Teil dieses Wellenpakets aufgenommen hat, wurden die Oberflächensignaturen ostwärts extrapoliert. Unter Benutzung dieser Extrapolation kann man abschätzen, daß sich das interne Wellenpaket bis 150 km östlich von Gibraltar in die Alboran See ausgebreitet hat. Aus dem Abstand zwischen den Fronten der beiden internen Wellenpakete aus Abbildung 3.17 und der halbtägigen Gezeitenperiode (12.4 h) ergibt sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit zu  $2.1 \text{ ms}^{-1}$ .

### 3.7 Zusammenfassung und Schlußfolgerungen

In diesem Kapitel habe ich ein numerisches Modell vorgestellt, welches in der Lage ist, sowohl die Erzeugung und Ausbreitung interner Wellen in der Straße von Gibraltar zu beschreiben als auch die mittlere Austauschströmung und die Gezeitenströmung durch diese Straße. Früher entwickelte Modelle beschreiben entweder die Erzeugung von internen Boren [Hibiya, 1990; Longo et al., 1992; Wang, 1993] oder die Entstehung und Ausbreitung von internen solitären Wellen [Pierini, 1989]. Das hier vorgestellte Modell beschreibt beides: Während die Erzeugung einer Depression der Dichtesprungschicht im Bereich des Camarinal Sills und das Loslösen der internen Bore von dieser Schwelle durch ein hydrostatisches Modell beschrieben wird, wird die Entwicklung der Bore in ein Paket interner solitärer Wellen durch ein schwach nichthydrostatisches Modell beschrieben. Das Modell beinhaltet ein realistisches Tiefenprofil, eine realistische Kanalbreite und einen trapezförmigen Kanalquerschnitt. In dem Modell wird die Bodenreibung, die Reibung zwischen den Schichten und die horizontale Diffusion berücksichtigt.

Messungen mit einem flugzeuggetragenen SAR und mit dem ERS-1 SAR wurden benutzt, um die Gültigkeit des numerischen Modells zu überprüfen. Entsprechend der Radarabbildungstheorie 1. Ordnung ist die relative Änderung des NRCS im Fall interner Wellen proportional zur Oberflächenkonvergenz [Alpers, 1985]. Diese Beziehung macht einen Vergleich von Rauigkeitsmustern, die auf SAR-Bildern sichtbar sind, mit Oberflächenkonvergenzmustern, die mit dem Modell berechnet werden, möglich.

Für die Untersuchung der internen Wellenfelder in der Straße von Gibraltar wurden 155 SAR-Bilder des europäischen ERS-1 Satelliten analysiert, die während 94 Satellitenüberflügen über dieses Meeresgebiet im Zeitraum von Januar 1992 bis März 1995 zu verschiedenen Phasen des Gezeitenzyklus aufgenommen wurden. Das numerische Modell ist in der Lage, folgende auf den SAR-Bildern sichtbare Besonderheiten des internen Wellenfeldes zu erklären: (1) das Vorhandensein von quasistationären Rauigkeitsmustern über dem Camarinal Sill, welche mit Depressionen der Dichtesprungschicht in dieser Region verbunden sind, (2) die Ost-West-Asymmetrie der Rauigkeitsmuster interner Wellen und (3) die Erzeugung ostwärts propagierender interner Boren und ihren Zerfall in Pakete interner solitärer Wellen. Weiterhin kann das Modell auch die beobachtete Variation der Ausbreitungsgeschwindigkeit der internen Boren und den Abstand zwischen den ersten beiden solitären Wellen eines internen Wellenpakets erklären. Es wurde gezeigt, daß die Ost-West-Asymmetrie des internen Wellenfeldes in der Straße von Gibraltar ein Ergebnis der Ost-West-Asymmetrie der mittleren Strömung in der oberen und unteren Schicht ist. Während westwärts gerichteter Gezeitenströmung sind in der unteren Schicht die Gezeitenströmung und die mittlere Strömung gleichgerichtet. Dagegen sind während ostwärts gerichteter Gezeitenströmung in der unteren Schicht die Gezeitenströmung und die mittlere Strömung entgegengesetzt gerichtet. Im ersten Fall ist die resultierende Strömungsgeschwindigkeit in der unteren Schicht über dem Camarinal Sill groß, was zur Erzeugung starker ostwärts propagierender interner Boren führt. Im zwei-

ten Fall ist die resultierende Strömungsgeschwindigkeit in der unteren Schicht über dem Camarinal Sill klein, was zur Erzeugung sehr schwacher westwärts propagierender interner Boren führt. An dieser Stelle soll bemerkt werden, daß bereits *Hibiya* [1990] mit Hilfe eines hydrostatischen Zweischichtenmodells, in dem eine mittlere Strömung der Gezeitenströmung überlagert ist, zeigte, daß das resultierende interne Wellenfeld asymmetrisch ist. *Hibiya's* Modell sagte für ähnliche Strömungsverhältnisse wie in der Straße von Gibraltar voraus, daß ostwärts propagierende interne Wellen verstärkt werden, westwärts propagierende aber nicht.

Die Gültigkeit des hier vorgestellten numerischen Modells wurde durch seine Anwendung auf die Beschreibung der zeitabhängigen hydraulisch kontrollierten Austauschströmung in einem Zweischichtensystem mit idealisierter Bodentopographie überprüft. Es wurde gezeigt, daß das Modell die Ergebnisse von *Helfrich* [1995] reproduzieren kann. Weiterhin wurde der Einfluß der internen Reibung und der Bodenreibung auf die mittlere Austauschströmung untersucht. Aufgrund der Reibung reduziert sich die Austauschströmung und verzögert sich das Loslösen der ostwärts propagierenden internen Boren von der Schwelle. In den Modellrechnungen, die mit einer realistischeren Bodentopographie durchgeführt wurden, wurden die Reibungsparameter so gewählt, daß Übereinstimmung zwischen gemessener [*Bryden et al.*, 1994] und berechneter mittlerer Austauschströmung besteht. Die resultierenden dimensionslosen Parameter der Bodenreibung und der inneren Reibung ( $r_{\text{bot}} = 0.01$ ,  $r_{\text{int}} = 0.003$ ), die in diesem Modell benutzt werden, sind größer (mit einem Faktor 3 bis 10) als die Parameter, die gewöhnlich in ozeanischen Modellen benutzt werden. Die größeren Werte können wahrscheinlich dadurch erklärt werden, daß in dem vorgestellten Modell die Effekte der Erdrotation und der Vermischung zwischen den Schichten vernachlässigt werden. Beide Effekte, wie auch eine erhöhte Reibung, führen zu einer Verringerung der mittleren Austauschströmung [*Dalziel*, 1990; *Helfrich*, 1995]. Wenn die oben genannten Reibungsparameter in die Modellrechnungen eingeführt werden, dann zeigen die Ergebnisse, daß die Strömung in den Tarifa Narrows nicht hydraulisch kontrolliert ist. Das bedeutet, daß die Austauschströmung submaximal ist, was in Übereinstimmung mit Schlußfolgerungen von *Garrett et al.* [1990] steht. Sie folgerten aus einer Vielzahl von Beobachtungen und Theorien, daß die Austauschströmung durch die Straße von Gibraltar etwas geringer als der Maximalaustausch ist.

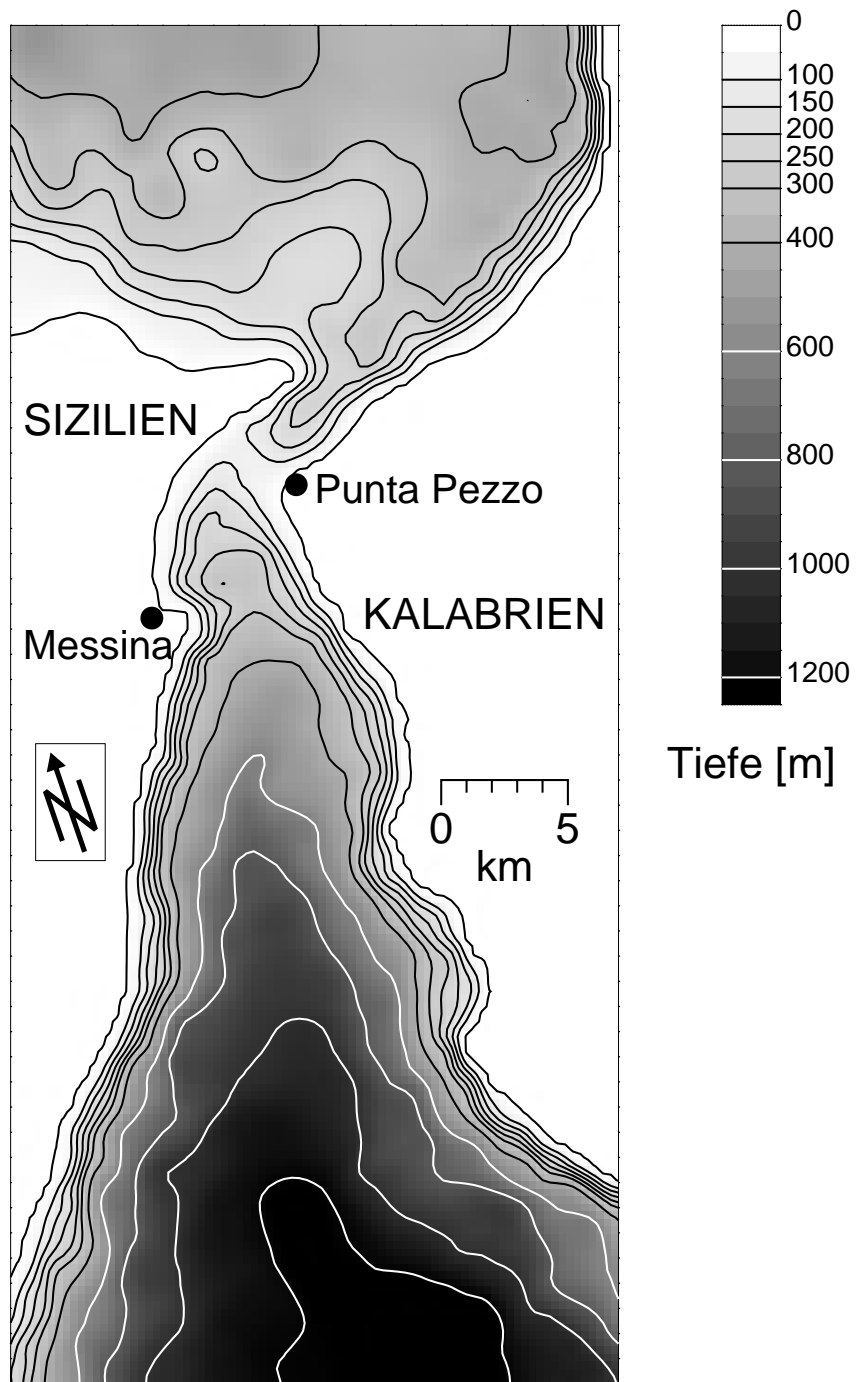
# Kapitel 4

## Die Straße von Messina

### 4.1 Einleitung

Die Straße von Messina ist eine schmale Meeresstraße, welche Sizilien von der italienischen Halbinsel trennt und das Tyrrhenische Meer im Norden mit dem Ionischen Meer im Süden verbindet. Die Bodentopographie der Straße von Messina ist in Abbildung 4.1 dargestellt. Der kleinste Kanalquerschnitt ist  $0.3 \text{ km}^2$  im Gebiet der Schwelle, wo die mittlere Wassertiefe 80 m ist. Von dieser Schwelle aus senkt sich der Meeresboden nach Süden und nach Nordosten ab. Etwa 15 km südlich der Schwelle findet man eine Wassertiefe von 800 m und 15 km nördlich der Schwelle eine Wassertiefe von 400 m. Unabhängig von der Jahreszeit existieren zwei verschiedene Wassermassen in der Straße von Messina: das Tyrrhenische Oberflächenwasser ("Tyrrhenian Surface Water"=TSW) und das Levantinische Zwischenwasser ("Levantine Intermediate Water"=LIW). Im Bereich der Straße von Messina grenzen diese beiden Wassermassen in einer Tiefe von etwa 150 m aneinander [Vercelli, 1925]. Während des größten Teiles des Jahres existiert zusätzlich eine saisonale Thermokline in der Straße. Diese saisonale Dichtesprungschicht hat im allgemeinen eine größere Dichtedifferenz als die Dichtesprungschicht zwischen dem TSW und dem LIW.

Obwohl die mit den Gezeiten verbundenen Oberflächenauslenkungen im europäischen Mittelmeer sehr klein sind (von der Größenordnung  $O(0.1 \text{ m})$ ), ist der Gradient dieser Oberflächenauslenkung in Richtung der Kanalachse der Straße von Messina sehr groß. Die Ursache dafür ist die Gegenläufigkeit der Phasen der im wesentlichen halbtägigen Gezeiten des Ionischen und des Tyrrhenischen Meeres. Aufgrund dieser Gegenläufigkeit der Phasen und der topographischen Einschnürung können die Strömungsgeschwindigkeiten im Bereich der Schwelle in der Straße von Messina Werte bis zu  $3.0 \text{ ms}^{-1}$  erreichen [Vercelli, 1925; Defant, 1961]. Durch die Straße von Messina gibt es auch eine mittlere Austauschströmung, deren Strömungsgeschwindigkeit aber klein gegen die Strömungsgeschwindigkeit der halbtägigen Gezeit ist. Während in der oberen Schicht die mittlere Strömung zum Ionischen Meer gerichtet ist, ist sie in der unteren Schicht zum Tyrrhenischen Meer gerichtet. Die mittleren



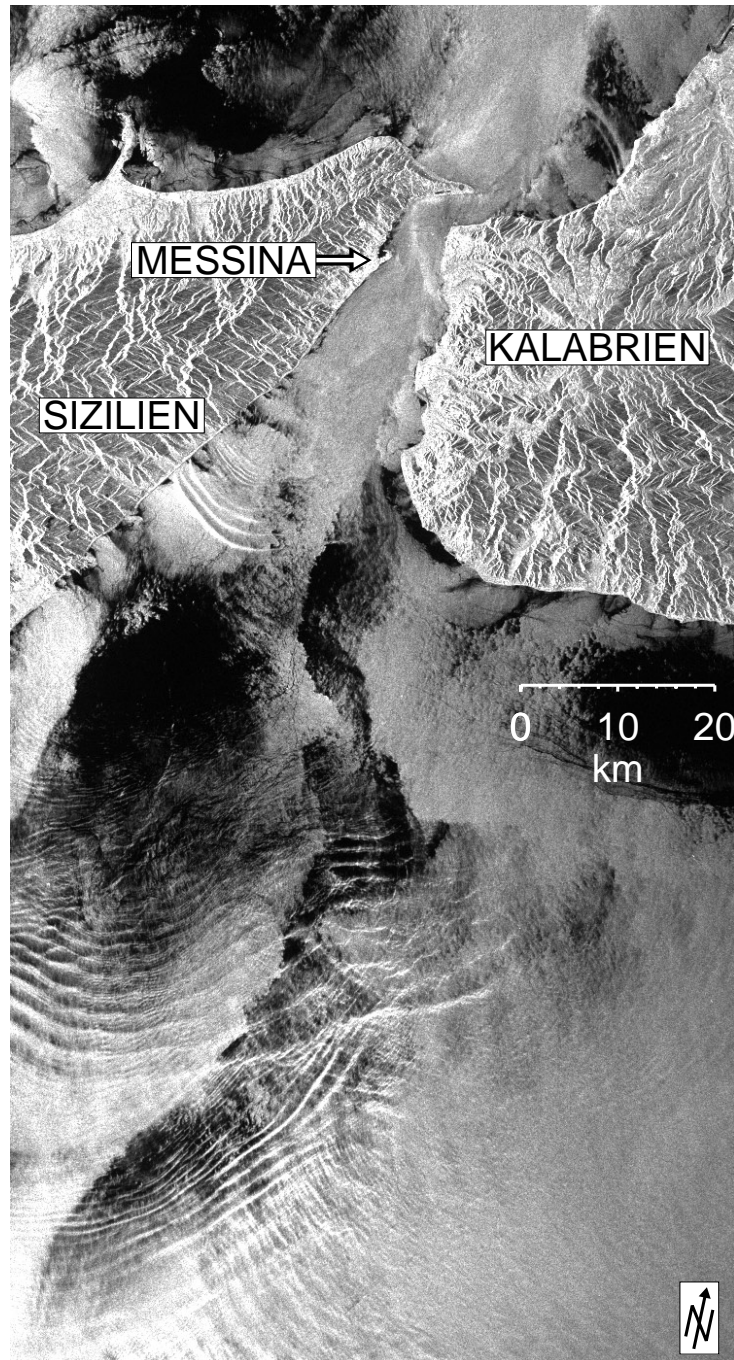
**Abbildung 4.1:** Bodentopographie der Straße von Messina. Die Wassertiefen sind durch Graustufen gekennzeichnet.



Geschwindigkeiten über der Schwelle sind von der Größenordnung  $O(0.1 \text{ ms}^{-1})$ . Sie können allerdings in Abhängigkeit von der Wetterlage und vom vorherrschenden Wind bis zu  $0.5 \text{ ms}^{-1}$  erreichen [Vercelli, 1925; Defant, 1940]. Genauere Informationen über die Hydrodynamik der Straße von Messina kann man in einer Übersichtsarbeit von Bignami und Salusti [1990] finden.

Durch die Wechselwirkung der starken Gezeitenströmung mit der flachen Schwelle im Zentrum der Straße werden Pakete interner solitärer Wellen erzeugt, die sowohl nordwärts als auch südwärts propagieren. Seit den Starts der europäischen Fernerkundungssatelliten ERS-1 und ERS-2 wurde eine große Anzahl von SAR-Bildern über der Straße von Messina aufgenommen. Sie zeigen oft Oberflächensignaturen von nordwärts und südwärts propagierenden internen Wellenpaketen. Abbildung 4.2 zeigt ein typisches ERS-1 SAR-Bild (Orbit: 21388, Frames: 747/765, Datum: 17. August 1995, Zeit: 21:13 UTC), auf welchem Oberflächensignaturen von drei südwärts propagierenden und einem nordwärts propagierenden internen Wellenpaket sichtbar sind.

Um die Dynamik der Wassermassen in der Straße von Messina zu beschreiben, wurde ein numerisches Zweischichtenmodell entwickelt. Dieses Modell ist — ähnlich wie das Modell für die Straße von Gibraltar — aus zwei Modellen zusammengesetzt: (1) aus einem hydrostatischen Modell, welches die Dynamik der Wassermassen im Bereich der Schwelle beschreibt, wo die internen Boreen erzeugt werden, und (2) aus einem schwach nichthydrostatischen Modell, welches die Dynamik der Wassermassen außerhalb des Bereiches der Schwelle beschreibt, wo die Boreen in interne solitäre Wellen zerfallen. Frühere Modelle zur Beschreibung der Dynamik von geschichtetem Wasser in der Straße von Messina konzentrierten sich auf die Wirkung der Gezeiten auf die Dichtesprungschicht zwischen dem TSW und dem LIW [Hopkins *et al.*, 1984] oder auf die durch die Gezeiten induzierte Zirkulation [Del Ricco, 1982; Androsov *et al.*, 1994], aber nicht auf die Erzeugung und Ausbreitung interner Wellen.



**Abbildung 4.2:** ERS-1 SAR-Bild von der Straße von Messina, aufgenommen 12 h 26 min nach maximaler nordwärts gerichteter Strömung bei Punta Pezzo (17. August 1995, 21:13 UTC). Das Bild zeigt Oberflächensignaturen von drei südwärts propagierenden und von einem nordwärts propagierenden internen Wellenpaket.

## 4.2 Beobachtungen interner solitärer Wellen

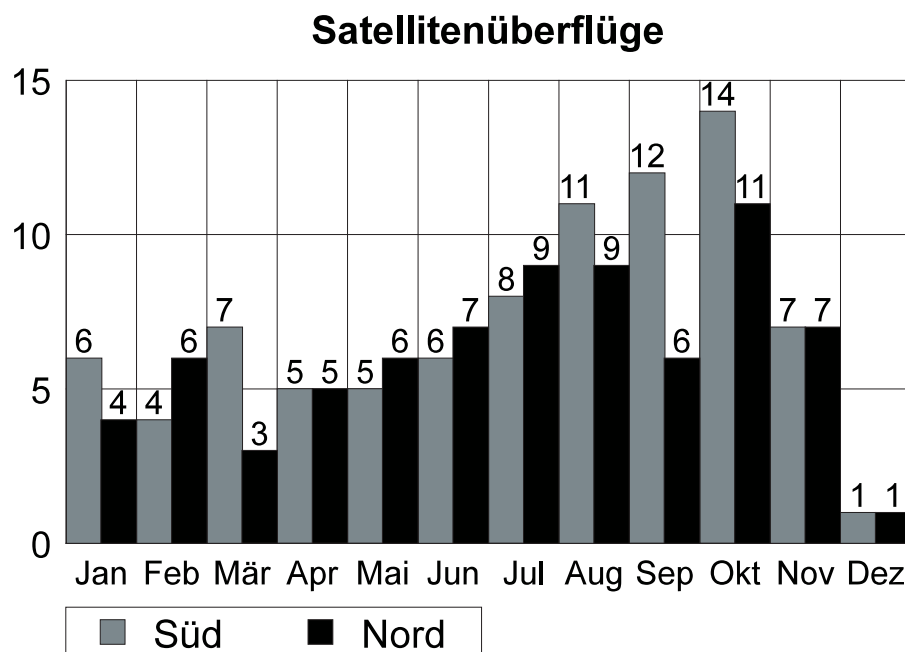
### 4.2.1 Übersicht über frühere Beobachtungen

Die ersten Beobachtungen von internen solitären Wellen, die in der Straße von Messina erzeugt werden, erfolgte mit dem SAR des amerikanischen Satelliten Seasat am 15. September 1978. Auf dem SAR-Bild vom Tyrrhenischen Meer nördlich der Straße von Messina sind drei Ringe sichtbar, die als Oberflächensignaturen eines nordwärts propagierenden internen Wellenpakets interpretiert wurden [*Alpers und Salusti*, 1983]. In den folgenden Jahren wurden verschiedene ozeanographische Meßkampagnen durchgeführt, um interne Wellen nördlich und südlich der Straße zu messen. Im November 1980 wurden zwei nordwärts propagierende interne Wellenpakete in Temperaturdaten entdeckt, die 25 km nördlich der Straße von Messina aufgenommen wurden. Das Zeitintervall zwischen den Ankunftszeiten der internen Wellenpakete an dieser Position betrug 11 h 30 min. Dieses Zeitintervall stimmt gut mit dem Zeitintervall von 11 h 22 min zwischen den zwei aufeinanderfolgenden Zeitpunkten des Stillwassers an der Schwelle überein, die als Zeitpunkte des Loslösens der internen Boren von der Schwelle identifiziert wurden [*Alpers und Salusti*, 1983; *Griffa et al.*, 1986]. Auch während einer ozeanographischen Meßfahrt von Mai bis Juni 1982 entdeckten *Sapia und Salusti* [1987] in Temperaturdaten, die nördlich der Straße aufgenommen wurden, zwei Pakete interner solitärer Wellen. Während dieser Meßfahrt wurden auch Messungen südlich der Straße von Messina durchgeführt. Diese Messungen wiesen die Existenz von isolierten Signalen großer Amplitude in Temperaturdaten nach, die innerhalb des Gebietes südlich der Schwelle und nördlich der geographischen Breite der sizilianischen Stadt Syracuse aufgenommen wurden. Unter Zuhilfenahme eines Temperatursensors und eines KODEN Fischfinders entdeckten *Di Sarra et al.* [1987] eine 100 m tiefe Depression der Dichtesprungschicht zwischen den Wassermassen unmittelbar südlich der Schwelle. Die erste Beobachtung eines gut entwickelten internen Wellenpakets südlich der Schwelle war ein Temperaturbild der Meeresoberfläche, das vom Landsat-5 Satelliten aufgenommen wurde [*Artale et al.*, 1990]. Im Oktober 1987 entdeckten *Nicolo und Salusti* [1991] auch in Temperaturdaten, die bei einer Meßfahrt südlich der Schwelle aufgenommen wurden, drei Pakete interner solitärer Wellen großer Amplitude.

### 4.2.2 Radarbilder von den ERS-1/2 Satelliten

Von Dezember 1991 bis Dezember 1995 wurde eine große Anzahl von SAR-Bildern von den europäischen Fernerkundungssatelliten ERS-1 und ERS-2 über der Straße von Messina und den angrenzenden Meeresgebieten aufgenommen. In dieser Arbeit werden ERS-1/2 SAR-Bilder analysiert, die während 160 Satellitenüberflügen über die Gebiete nördlich und südlich der Schwelle aufgenommen wurden. Auf SAR-Bildern, die während 77 Satellitenüberflügen aufgenommen wurden, kann man Oberflächensignaturen interner Wellen erkennen. Man muß allerdings in Betracht ziehen, daß aufgrund der unterschiedlichen Orbits, denen die Satelliten folgen, mehr SAR-

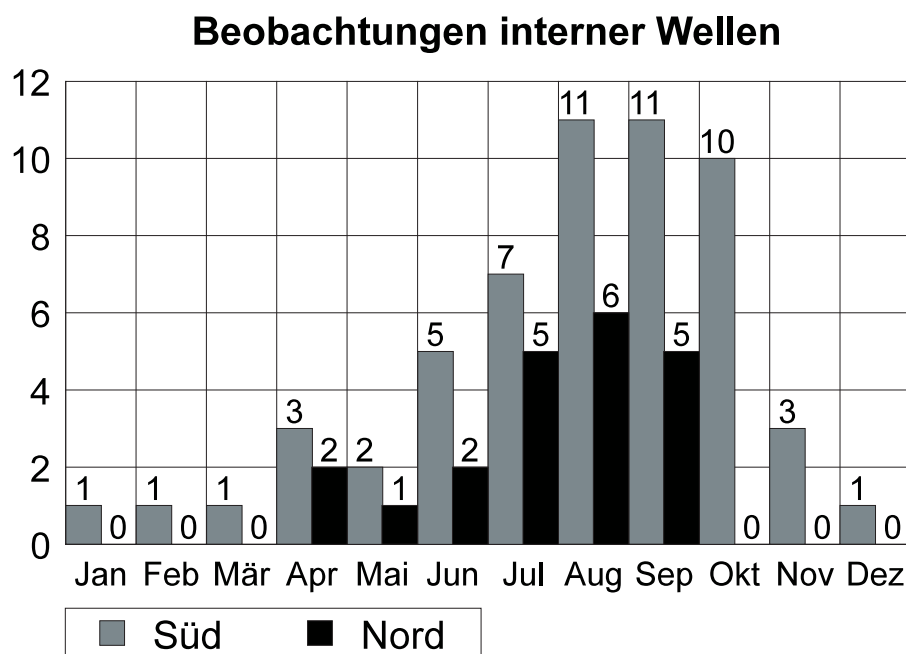
Bilder über der Straße von Messina in den Monaten von April bis November als in den Monaten von Dezember bis März aufgenommen wurden (Abbildung 4.3). Die Analyse der vorhandenen ERS-1/2 SAR-Bilder zeigt, daß Oberflächensignatu-



**Abbildung 4.3:** Anzahl der ERS-1/2 Überflüge pro Monat über die Straße von Messina und die angrenzenden Meeresgebiete im Zeitraum vom 1. Dezember 1991 bis zum 31. Dezember 1995, bei denen SAR-Bilder über der Region südlich der Schwelle aufgenommen wurden (graue Balken) und bei denen SAR-Bilder über der Region nördlich der Schwelle aufgenommen wurden (schwarze Balken).

ren interner Wellen häufiger in den Monaten beobachtet werden, in denen man eine ausgeprägte saisonale Thermokline erwartet, also insbesondere in den Sommermonaten (Abbildung 4.4). Weiterhin werden Oberflächensignaturen südwärts propagierender interner Wellen auf den ERS-1/2 SAR-Bildern häufiger beobachtet als diejenigen nordwärts propagierender Wellen (Abbildung 4.4). Im allgemeinen sind die Oberflächensignaturen südwärts propagierender interner Wellen stärker ausgeprägt als die nordwärts propagierender Wellen. Diese Nord-Süd-Asymmetrie in den Oberflächensignaturen kann man auch auf dem ERS-1 SAR-Bild aus Abbildung 4.2 erkennen.

Abbildung 4.5 ist ein Raum-Zeit-Diagramm, in welchem die Ausbreitung der internen Boren nördlich und südlich der Schwelle dargestellt ist. In dieser Abbildung ist die Position der Fronten der internen Boren, die aus den ERS-1/2 SAR-Bildern bestimmt wurde, relativ zur Zeit nach maximaler nordwärts gerichteter Strömung bei Punta Pezzo dargestellt. Eine lineare Regression ergibt die mittleren Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Fronten der nordwärts propagierenden internen Boren von  $1.00 \text{ ms}^{-1}$  sowie der südwärts propagierenden internen Boren von  $0.91 \text{ ms}^{-1}$ . Aus

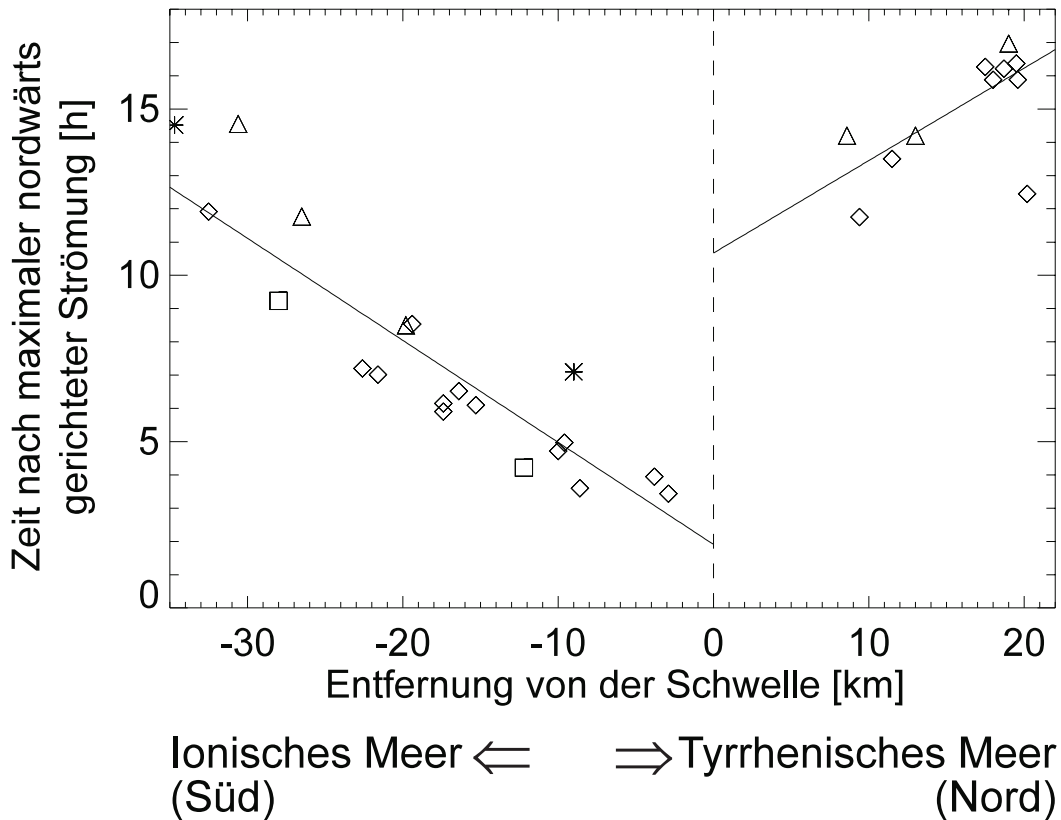


**Abbildung 4.4:** Anzahl der Beobachtungen interner Wellen pro Monat auf den ERS-1/2 SAR-Bildern, die in Abbildung 4.3 aufgelistet sind. Die grauen Balken bezeichnen Beobachtungen südlich der Schwelle und die schwarzen Balken Beobachtungen nördlich der Schwelle.

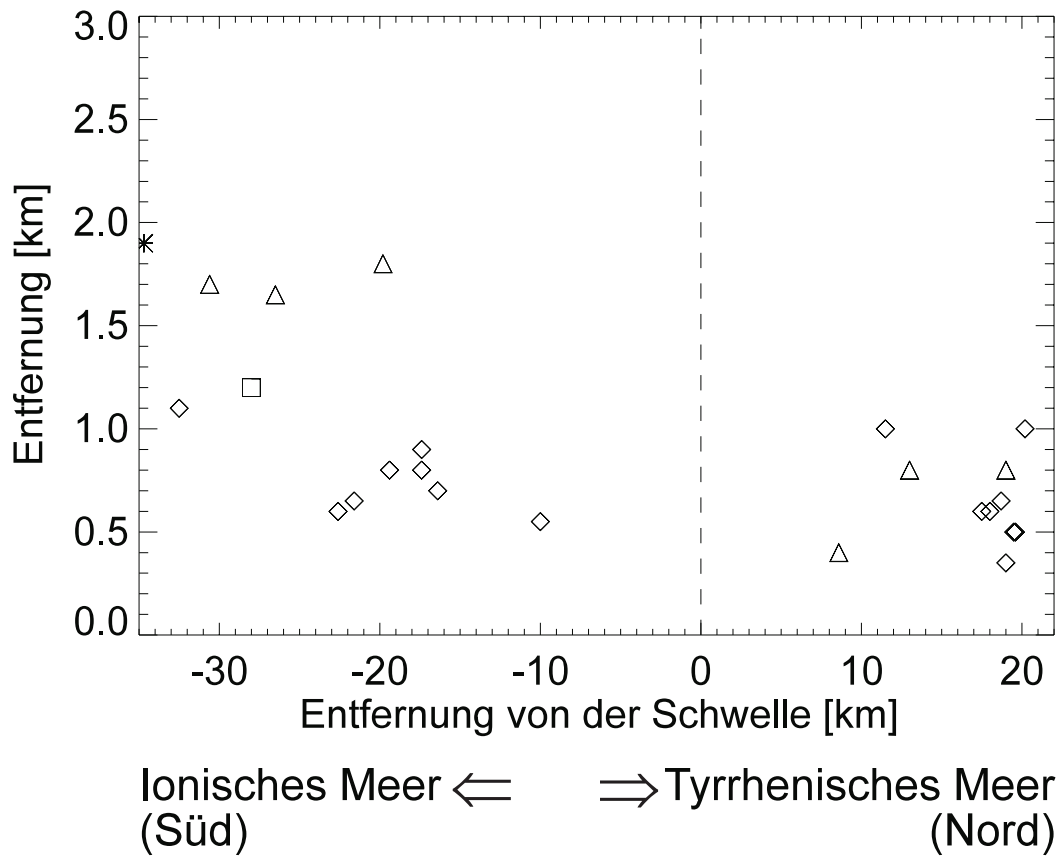
dieser Abbildung kann man auch den Zeitraum abschätzen, in dem sich die internen Boren von der Schwelle lösen: südwärts propagierende interne Boren lösen sich im Zeitraum von 1 bis 5 Stunden nach maximaler nordwärts gerichteter Strömung bei Punta Pezzo von der Schwelle und nordwärts propagierende interne Boren im Zeitraum von 2 bis 6 Stunden nach maximaler südwärts gerichteter Strömung bei Punta Pezzo (8 bis 12 Stunden nach maximaler nordwärts gerichteter Strömung bei Punta Pezzo). In Abbildung 4.6 ist der aus den ERS-1/2 SAR-Bildern bestimmte Abstand zwischen den ersten beiden internen solitären Wellen in einem Wellenpaket als Funktion der Entfernung von der Schwelle dargestellt. Dieser Abstand variiert in dem in der Abbildung dargestellten Bereich für südwärts propagierende interne Wellenpakete zwischen 500 und 1900 m und für nordwärts propagierende Wellenpakete zwischen 350 und 1000 m. Abbildung 4.6 zeigt, daß in südwärts propagierenden Wellenpaketen im allgemeinen der Abstand zwischen den ersten beiden internen solitären Wellen in den Monaten von Juli bis September kleiner ist als in den Monaten von Oktober bis Juni. In nordwärts propagierenden internen Wellenpaketen zeigt der Abstand zwischen den ersten beiden internen solitären Wellen dagegen keine solche Tendenz. Ein detaillierter Vergleich zwischen den aus ERS-1/2 SAR-Bildern bestimmten Abständen zwischen den ersten beiden internen solitären Wellen in einem Wellenpaket und den mit dem Modell berechneten Abständen wird im Abschnitt 4.7 vorgestellt.

In den Abbildungen 4.7 und 4.8 sind zwei ERS-1 SAR-Bilder ((1) Orbit: 10387, Fra-

me: 2835, Datum: 11. Juli 1993, Zeit: 9:41 UTC und (2) Orbit: 20887, Frame: 765, Datum: 13. Juli 1995, Zeit: 21:14 UTC) dargestellt, auf denen Oberflächensignaturen nordwärts propagierender interner Wellenpakete erkennbar sind. Bemerkenswert ist der deutliche Unterschied zwischen den Oberflächensignaturen beider Wellenpakete in Form, Wellenlänge und Bildintensität. Das interne Wellenpaket, welches auf dem SAR-Bild in Abbildung 4.7 zu sehen ist, hat eine starke Oberflächensignatur und eine schwache Krümmung der Wellenfront. Es breitet sich entlang der Küste Kalabriens in Richtung der Kanalachse aus. Auf der anderen Seite hat das interne Wellenpaket, welches auf dem SAR-Bild in Abbildung 4.8 zu sehen ist, eine schwache Oberflächensignatur und eine starke Krümmung der Wellenfront. Es breitet sich nahezu kreisförmig vom nördlichen Ausgang der Straße von Messina in das Tyrhenische Meer aus. Die große Variabilität in den Oberflächensignaturen nordwärts propagierender interner Wellenpakete ist ein allgemeines Merkmal, welches sich aus der Analyse der vorhandenen ERS-1/2 SAR-Bilder ergibt.

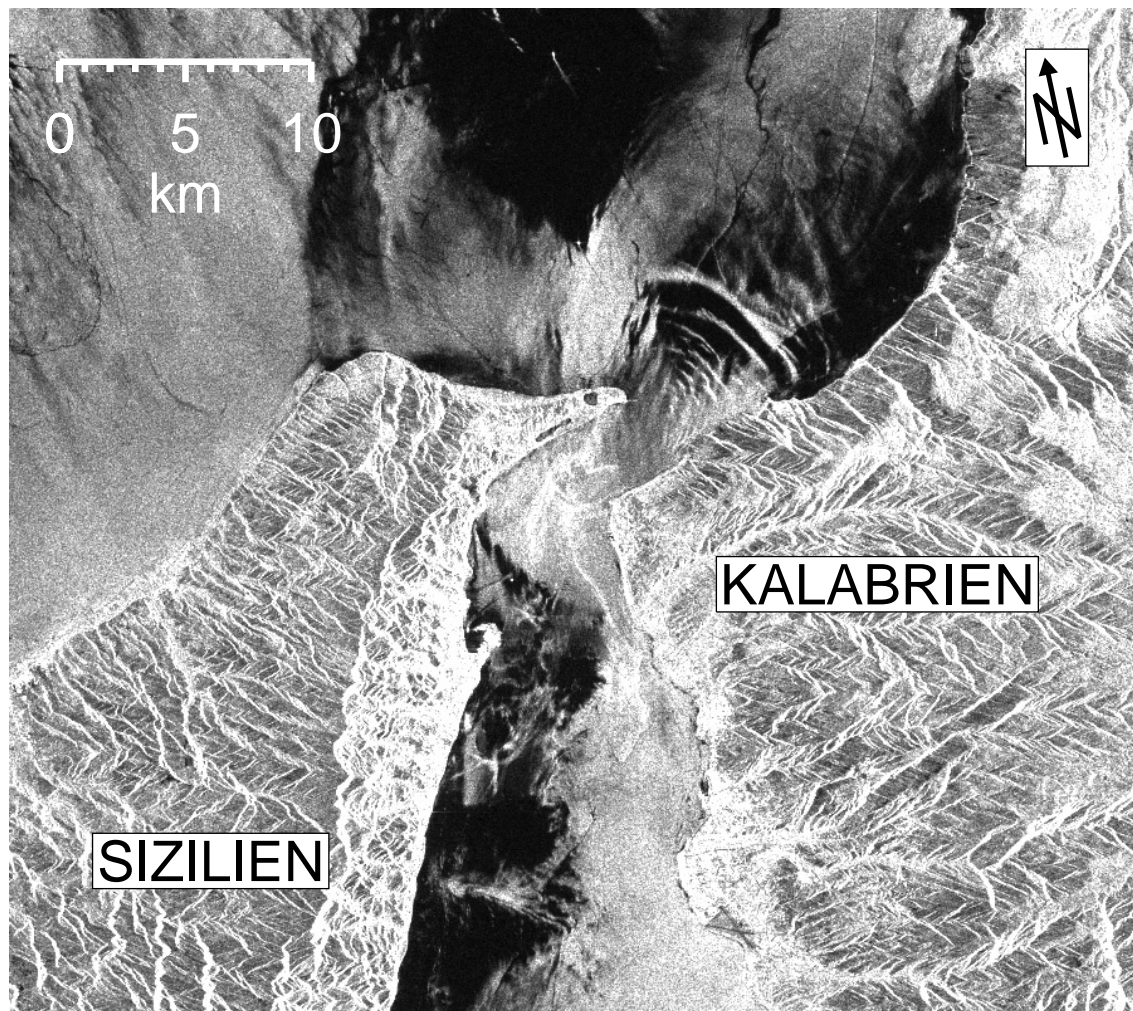


**Abbildung 4.5:** Mit dem ERS-1/2 SAR beobachtete Position der Front der nordwärts und südwärts propagierenden internen Boreen in der Straße von Messina relativ zur Zeit nach maximaler nordwärts gerichteter Strömung bei Punta Pezzo. “Karas” bezeichnen Beobachtungen in den Monaten von Juli bis September, “Dreiecke” Beobachtungen in den Monaten von April bis Juni, “Quadrate” Beobachtungen in den Monaten von Oktober bis Dezember und “Sterne” Beobachtungen in den Monaten von Januar bis März. Die Linien sind Regressionsgeraden, die für nordwärts propagierende Wellenpakete eine Ausbreitungsgeschwindigkeit der Fronten von  $1.00 \text{ ms}^{-1}$  und für südwärts propagierende Wellenpakete eine Ausbreitungsgeschwindigkeit der Fronten von  $0.91 \text{ ms}^{-1}$  ergeben.

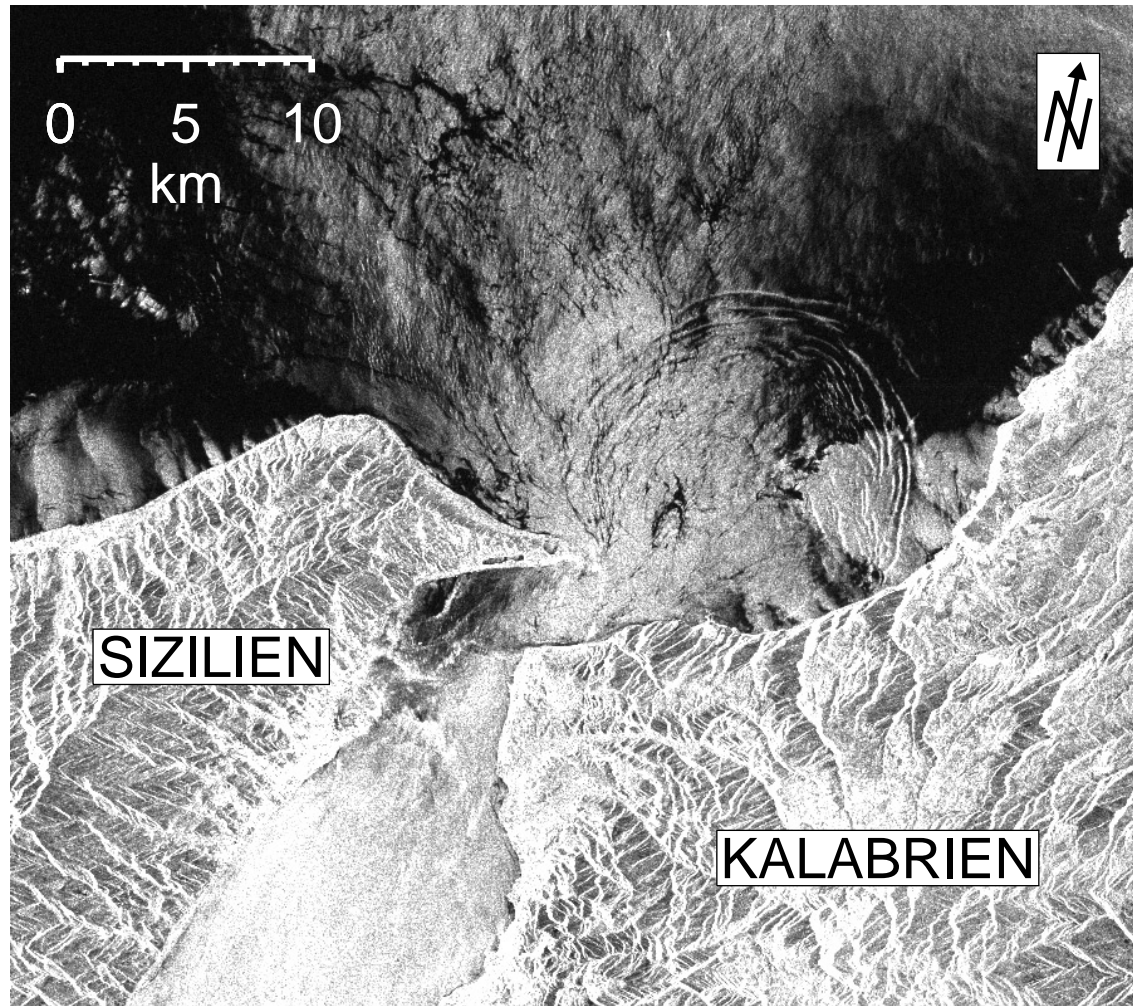


**Abbildung 4.6:** Mit dem ERS-1/2 SAR beobachteter Abstand zwischen den ersten beiden internen solitären Wellen in einem Wellenpaket als Funktion der Entfernung von der Schwelle. “Karos” bezeichnen Beobachtungen in den Monaten von Juli bis September, “Dreiecke” Beobachtungen in den Monaten von April bis Juni, das “Quadrat” bezeichnet eine Beobachtung im Oktober und der “Stern” eine Beobachtung im Januar.





**Abbildung 4.7:** ERS-1 SAR-Bild von der Straße von Messina, aufgenommen 20 min nach maximaler nordwärts gerichteter Strömung bei Punta Pezzo (11. Juli 1993, 9:41 UTC). Das Bild zeigt starke Oberflächensignaturen eines nordwärts propagierenden internen Wellenpakets.



**Abbildung 4.8:** ERS-1 SAR-Bild von der Straße von Messina, aufgenommen 3 h 57 min nach maximaler nordwärts gerichteter Strömung bei Punta Pezzo (13. Juli 1995, 21:14 UTC). Das Bild zeigt schwache Oberflächensignaturen eines nordwärts propagierenden internen Wellenpakets.

### 4.3 Das Modell

Die Modellgleichungen zur Beschreibung der hydrodynamischen Vorgänge in der Straße von Messina basieren auf den VB-Gleichungen (2.34)-(2.37). Analog zum Modell der Straße von Gibraltar wird eine variable Kanalbreite eingeführt. Der Kanalquerschnitt ist rechteckig ( $W_0 = W_D = W$ ). Das Modell erfordert, daß die Kanalbreite eine schwach variierende Funktion der horizontalen Raumkoordinate  $x$  bezüglich der Längenskala interner Wellen ist. Hier werden die vertikal und horizontal (senkrecht zur Kanalachse) gemittelten Geschwindigkeiten und Transporte mit  $u_i$  bzw.  $Q_i = u_i h_i W$  ( $i = 1, 2$ ) bezeichnet. Die Modellgleichungen erhält man durch vertikale Integration der beiden Bewegungsgleichungen (2.34) und (2.36) über die jeweilige Schichtdicke und durch horizontale (senkrecht zur Kanalachse) Integration dieser beiden Gleichungen über die Kanalbreite. Außerdem sind hier die Terme von der Größenordnung  $O(\nu, \varepsilon\mu^2, \varepsilon^2\mu^2)$  vernachlässigt. Weiterhin werden folgende Gleichungen bei der Herleitung der Modellgleichungen benutzt:

$$h_2 W \frac{\partial^3 u_2}{\partial x^2 \partial t} = -h_1 W \frac{\partial^3 u_1}{\partial x^2 \partial t} \quad (4.1)$$

$$h_2 W \frac{\partial^3 u_2}{\partial x^2 \partial t} = \frac{\partial^3 Q_2}{\partial x^2 \partial t} \quad (4.2)$$

Sie gelten unter den Annahmen, daß Terme der Größenordnung  $O(\varepsilon\mu^2)$  vernachlässigt werden können, und daß die Wassertiefe und die Kanalbreite schwach variierende Funktionen der horizontalen Raumkoordinate  $x$  bezüglich der Längenskala interner Wellen sind. Analog zum Modell der Straße von Gibraltar wird der Parameter  $\delta$  eingeführt, durch den in den Modellgleichungen die hydrostatische ( $\delta = 0$ ) und die schwach nichthydrostatische Approximation ( $\delta = 1$ ) charakterisiert sind. Unter Einbeziehung der Terme der horizontalen Diffusion und der Schubspannungen an der Sprungschicht und am Meeresboden [Rubino, 1994] lauten die Modellgleichungen wie folgt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u_1 Q_1) + g h_1 W \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} - A_H h_1 W \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} \\ + W \frac{\tau_{\text{int}}}{\bar{\rho}} - \delta \frac{h_1^2}{6} \frac{\partial^3 Q_2}{\partial x^2 \partial t} = 0 \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial \zeta_1}{\partial t} + \frac{1}{W} \left( \frac{\partial Q_1}{\partial x} + \frac{\partial Q_2}{\partial x} \right) = 0 \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial Q_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u_2 Q_2) + g h_2 W \frac{\partial \zeta_1}{\partial x} + g' h_2 W \frac{\partial \zeta_2}{\partial x} - A_H h_2 W \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} \\
- W \frac{\tau_{\text{int}} - \tau_{\text{bot}}}{\bar{\rho}} - \delta \left( \frac{h_2^2}{3} + \frac{h_2 h_1}{2} \right) \frac{\partial^3 Q_2}{\partial x^2 \partial t} = 0
\end{aligned} \tag{4.5}$$

$$\frac{\partial \zeta_2}{\partial t} + \frac{1}{W} \frac{\partial Q_2}{\partial x} = 0 \tag{4.6}$$

Hier bezeichnet  $A_H$  den horizontalen Diffusionskoeffizienten,  $\tau_{\text{int}}$  und  $\tau_{\text{bot}}$  bezeichnen die Schubspannungen an der Sprungschicht bzw. am Meeresboden. Die horizontalen Diffusionsterme wurden in (4.3) und (4.5) eingeführt, um die Entwicklung von Strömungsunstetigkeiten am Übergang zwischen subkritischer und superkritischer Strömung zu vermeiden [Woodward und Colella, 1984; Oğuz et al., 1990]. Es wird angenommen, daß der horizontale Diffusionskoeffizient konstant ist. Der Wert von  $A_H$  sollte so klein wie möglich sein, aber trotzdem zu einer numerisch stabilen Lösung führen. Die Schubspannungen,  $\tau_{\text{int}}$  und  $\tau_{\text{bot}}$ , werden wie folgt abhängig von den Geschwindigkeiten der oberen und unteren Schicht angenommen:

$$\frac{\tau_{\text{int}}}{\bar{\rho}} = r_{\text{int}}(u_1 - u_2)|u_1 - u_2| \tag{4.7}$$

$$\frac{\tau_{\text{bot}}}{\bar{\rho}} = r_{\text{bot}} u_2 |u_2| \tag{4.8}$$

Hier bezeichnen  $r_{\text{int}}$  und  $r_{\text{bot}}$  die dimensionslosen Reibungsparameter für die Reibung an der Sprungschicht bzw. am Meeresboden. Das Modell der Straße von Messina wird durch die Vorgabe periodischer Oberflächenauslenkungen an beiden offenen Rändern (durch Vorgabe der Gezeiten des Ionischen und Tyrrhenischen Meeres) angetrieben. Um Reflexionen an den offenen Rändern zu minimieren, wird für die internen Störungen eine von Orlanski [1976] vorgeschlagene Strahlungsbedingung verwendet.

## 4.4 Das Erzeugungs- und Ausbreitungsmodell

Das numerische Modell der Straße von Messina ist aus zwei Modellen zusammengesetzt: (1) aus einem hydrostatischen “Erzeugungsmodell” und (2) einem schwach nichthydrostatischen “Ausbreitungsmodell.” Das erste Modell beschreibt die Dynamik der Wassermassen im Bereich der Schwelle, wo die internen Boren erzeugt werden (Erzeugungsgebiet), und das zweite Modell beschreibt die Dynamik der Wassermassen außerhalb dieses Bereiches, wo die internen Boren in Pakete interner solitärer Wellen zerfallen (Ausbreitungsgebiet). Während das numerische Modell der Straße von Gibraltar aus einem einzelnen Modell besteht, in dem, in Abhängigkeit von der Zugehörigkeit des jeweiligen Gitterpunktes zum Ausbreitungsgebiet oder zum Erzeugungsgebiet, die schwach nichthydrostatischen Terme in den Modellgleichungen entweder berücksichtigt werden oder nicht, besteht das numerische Modell der Straße von Messina aus zwei verschiedenen Modellen, die miteinander gekoppelt sind.

Das Erzeugungsmodell basiert auf dem von *Rubino* [1994] entwickelten “Lawinenmodell” zur hydrodynamischen Simulation von untermeerischen Erdrutschen. Im diesem Modell sind die schwach nichthydrostatischen Terme in (4.3) und (4.5) vernachlässigt ( $\delta = 0$ ). Dadurch, daß in der Straße von Messina die mittlere Tiefe der Dichtesprungschicht zwischen den Wassermassen größer sein kann als die minimale Tiefe des Tiefenprofils, erfordert das Modell einen Algorithmus, der eine “Überflutung” von Erhebungen der Bodentopographie durch die untere Schicht sowie ein Abfließen des Wassers der unteren Schicht von diesen Erhebungen erlaubt. Das wird durch die Einführung von beweglichen seitlichen Rändern für die untere Schicht erreicht. Für die Gitterpunkte, an denen keine untere Schicht existiert, betrachtet man das Integrationsgebiet als nur aus einer oberen Schicht bestehend. Weitere Informationen über die Technik der beweglichen Ränder kann man in Arbeiten von *Backhaus* [1976] und *Jungclaus und Backhaus* [1994] finden. Die Gleichungen des Erzeugungsmodells sind auf einem Gitter diskretisiert, in dem die Gitterpunkte für die Transporte  $Q_i$  und für die Auslenkungen  $\zeta_i$  ( $i = 1, 2$ ) seitlich versetzt angeordnet sind [*Mesinger und Arakawa*, 1976]. Zur zeitlichen Diskretisierung wird ein explizites Verfahren über zwei Zeitebenen verwendet. Um numerische Stabilität zu gewährleisten, wird auf die Sprungschichtauslenkung im Bereich der Schwelle nach jedem hundersten Zeitschritt ein Tiefpaßfilter angewendet.

Im Ausbreitungsmodell werden die schwach nichthydrostatischen Terme in (4.3) und (4.5) berücksichtigt ( $\delta = 1$ ). Wie auch im Erzeugungsmodell sind die Gleichungen auf einem Gitter diskretisiert, in dem die Gitterpunkte für die Transporte  $Q_i$  und für die Auslenkungen  $\zeta_i$  ( $i = 1, 2$ ) seitlich versetzt angeordnet sind. Zur zeitlichen Diskretisierung wird jedoch ein implizites Verfahren über zwei Zeitebenen verwendet.

Das numerische Verfahren der beiden Modelle ist, bedingt durch den stark nichtlinearen Charakter der Bewegung und die Berücksichtigung der Oberflächenwellen, durch das Stabilitätskriterium (Courant-Friedrichs-Lewy) für Oberflächenwellen beschränkt. Es lautet  $C_0 \Delta t \leq \Delta x$ , wobei  $C_0 = (gD)^{1/2}$  die Phasengeschwindigkeit der Oberflächenwellen ist. Der Gitterabstand im numerischen Modell ist durch die

Wellenlänge der internen Wellen, die noch aufgelöst werden sollen, bestimmt. Hier wird mit einer Auflösung von 100 m gerechnet.

Aufgrund des expliziten Verfahrens des Erzeugungsmodells erfolgt die zeitliche Diskretisierung auf einem Gitter, in dem die Gitterpunkte für die Transporte  $Q_i$  und für die Auslenkungen  $\zeta_i$  zeitlich versetzt angeordnet sind. Das bedeutet, für eine Modelliteration zur Zeit  $t$  werden die Auslenkungen  $\zeta_i$  zum Zeitpunkt  $t - \Delta t/2$  und die Transporte  $Q_i$  ( $i = 1, 2$ ) zum Zeitpunkt  $t$  berechnet. Dagegen werden mit dem impliziten Verfahren des Ausbreitungsmodells sowohl die Transporte  $Q_i$  als auch die Auslenkungen  $\zeta_i$  zur selben Zeit  $t$  berechnet. Die Kopplung zwischen dem Erzeugungsmodell und dem Ausbreitungsmodell ist für jeden Zeitschritt wie folgt implementiert: Sind  $\zeta_i(t - \Delta t/2)$  und  $Q_i(t)$  für das gesamte Modellgebiet bekannt, so wird mit dem Erzeugungsmodell  $\zeta_i(t + \Delta t/2)$  für das gesamte Modellgebiet und  $Q_i(t + \Delta t)$  für das Erzeugungsgebiet berechnet. Die Werte  $Q_i(t + \Delta t)$  für das Erzeugungsgebiet werden als Randbedingung in das Ausbreitungsmodell eingeführt. Weiterhin wird der Mittelwert von  $\zeta_i(t - \Delta t/2)$  und  $\zeta_i(t + \Delta t/2)$  gebildet und man erhält damit  $\zeta_i(t)$ . Unter Benutzung von  $\zeta_i(t)$ ,  $Q_i(t)$  und der Randbedingung  $Q_i(t + \Delta t)$  wird mit dem Ausbreitungsmodell  $Q_i(t + \Delta t)$  für das Ausbreitungsgebiet berechnet. Diese Prozedur wird Zeitschritt für Zeitschritt wiederholt. Die genauen Positionen der Grenzen zwischen dem Erzeugungsgebiet und den Ausbreitungsgebieten bei der Simulation interner Wellen in der Straße von Messina sind im Abschnitt 4.6.1 angegeben.

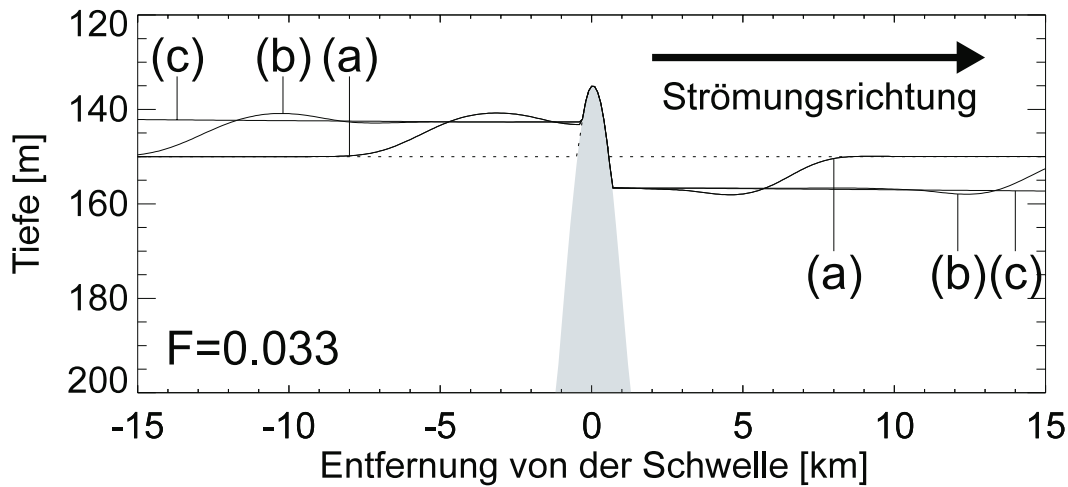
## 4.5 Modelltest

### 4.5.1 Test des Erzeugungsmodells

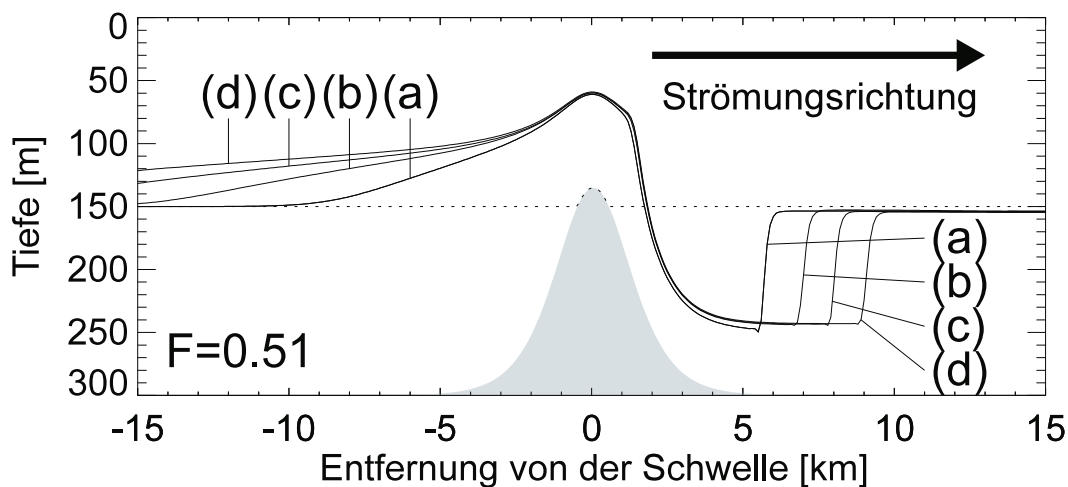
Um das Erzeugungsmodell zu testen, wurden Modellrechnungen für die gleichen Strömungstypen durchgeführt, die von *Baines* [1984] mit Hilfe von Laborexperimenten studiert wurden. Er untersuchte die stationäre Strömung einer zweigeschichteten Flüssigkeit über einer Schwelle für verschiedene Werte der internen Froudezahl  $F$ . Die interne Froudezahl ist hier definiert durch  $F = U/(g'H_{2,\max})^{1/2}$ , wobei  $U$  die Geschwindigkeit der ungestörten Strömung ist, die hier in beiden Schichten gleich sein soll, und  $H_{2,\max}$  die ungestörte Schichtdicke der unteren Schicht fern von der Schwelle. Die Kanalbreite ist in diesen Modellrechnungen konstant, und die Schwelle hat folgendes Tiefenprofil:

$$D = D_{\max} - (D_{\max} - D_{\min}) \cosh^{-2} \left( \frac{x}{L_S} \right) \quad (4.9)$$

wobei  $D_{\max}$  die maximale Wassertiefe ist,  $D_{\min}$  die minimale Wassertiefe am Kamm der Schwelle ( $x = 0$ ) und  $L_S$  die horizontale Längenskala der Schwelle. In den Modellrechnungen wurden folgende Parameter gewählt:  $H_1 = 150$  m,  $H_{2,\max} = 150$  m,  $D_{\max} = 300$  m,  $D_{\min} = 135$  m,  $L_S = 1667$  m und  $\Delta\rho/\bar{\rho} = 0.97 \times 10^{-3}$ . Drei Fälle mit unterschiedlichen Froudezahlen werden untersucht: (a)  $F=0.033$ , (b)  $F=0.51$  und (c)  $F=1.25$ . Für diese Modellrechnungen wird das Modell wie folgt initialisiert: Die Dichtesprungschicht und die Oberfläche sind ungestört, die Geschwindigkeiten beider Schichten sind gleich  $U$  und die Transporte beider Schichten sind  $Q_i = Uh_iW$  ( $i = 1, 2$ ). In den Abbildungen (4.9)-(4.11) ist die Tiefe der Dichtesprungschicht für die drei Fälle für verschiedene Zeiten nach der Initialisierung des Modells dargestellt. Fall (a) ( $F=0.033$ , subkritisch) beschreibt einen Strömungstyp, in dem die untere Schicht vollständig durch die Schwelle blockiert wird (Abbildung 4.9). Fall (b) ( $F=0.51$ , fast kritisch) beschreibt einen Strömungstyp, in dem sich ein interner hydraulischer Sprung stromabwärts von der Schwelle bildet (Abbildung 4.10). In beiden Fällen vergrößert sich die Schichtdicke der unteren Schicht stromaufwärts von der Schwelle, was eine Anpassung des Systems an die Bedingung einer kritischen Strömung unmittelbar stromaufwärts von der Schwelle darstellt [*Baines*, 1984]. Fall (c) ( $F=1.25$ , superkritisch) beschreibt einen Strömungstyp, der im gesamten Gebiet superkritisch ist. Das bedeutet, es können sich keine Störungen der Dichtesprungschicht gegen die Strömung ausbreiten. In der Anfangsphase bildet sich stromabwärts der Schwelle eine Depression der Dichtesprungschicht, die dann mit der Strömung stromabwärts verfrachtet wird. Dabei entsteht eine stationäre, symmetrische Anhebung der Dichtesprungschicht über der Schwelle (Abbildung 4.11). In Abbildung 4.12 ist die Tiefe der Dichtesprungschicht für 6 verschiedene Zeiten innerhalb der ersten halben Stunde nach Initialisierung des Modells für den Fall (b) dargestellt. Diese Abbildung veranschaulicht die "Überflutung" der Schwelle durch die untere Schicht. Hier sei bemerkt, daß die interne Reibung und die Bodenreibung in diesen Modellrechnungen vernachlässigt wurden, daß aber in den letzten zwei

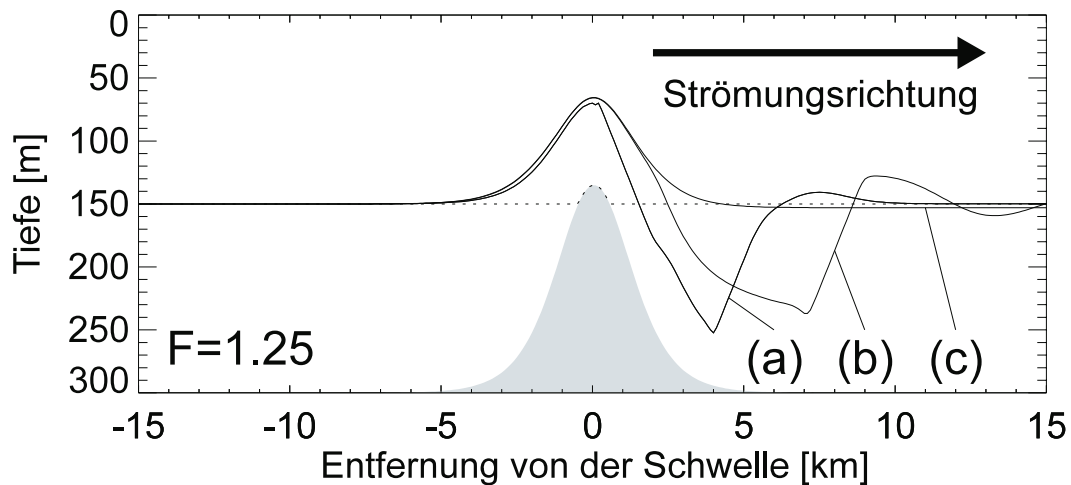


**Abbildung 4.9:** Räumliche und zeitliche Entwicklung der Dichtesprungschicht zwischen den beiden Schichten für eine Froudezahl von  $F = 0.033$ . Die Tiefe der Dichtesprungschicht ist für drei ausgewählte Zeiten nach der Initialisierung dargestellt: (a)  $t = 2 \text{ h } 30 \text{ min}$ , (b)  $t = 5 \text{ h}$  und (c)  $t = 10 \text{ h}$ . Für diese Froudezahl (entspricht einer subkritischen Strömung) wird die untere Schicht durch die Schwelle vollständig blockiert. Die gepunktete Linie entspricht der Tiefe der ungestörten Dichtesprungschicht bei  $t = 0$ . Das Tiefenprofil ist dasselbe wie in den Abbildungen 4.10, 4.11, und 4.12. Man beachte, daß in dieser Abbildung die Tiefenskala von 120 m bis 200 m reicht.

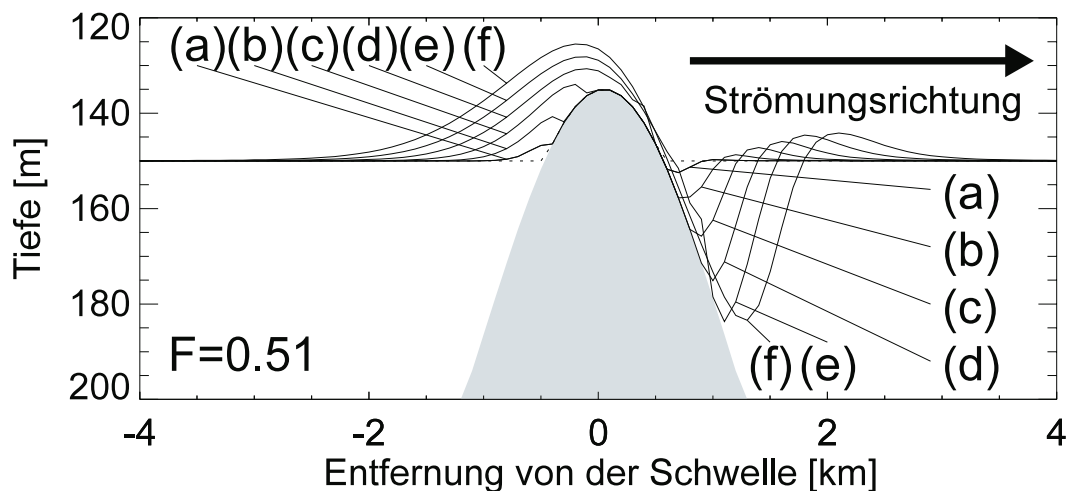


**Abbildung 4.10:** Wie Abbildung 4.9, aber für eine Froudezahl von  $F = 0.51$ . Die Tiefe der Dichtesprungschicht ist für vier ausgewählte Zeiten nach der Initialisierung dargestellt: (a)  $t = 6 \text{ h}$ , (b)  $t = 12 \text{ h}$ , (c)  $t = 18 \text{ h}$  und (d)  $t = 24 \text{ h}$ . Für diese Froudezahl (entspricht einer fast kritischen Strömung) entwickelt sich ein interner hydraulischer Sprung stromabwärts der Schwelle.





**Abbildung 4.11:** Wie Abbildung 4.9, aber für eine Froudezahl von  $F = 1.25$ . Die Tiefe der Dichtesprungschicht ist für drei ausgewählte Zeiten nach der Initialisierung dargestellt: (a)  $t = 1$  h, (b)  $t = 2$  h und (c)  $t = 12$  h. Für diese Froudezahl (entspricht einer superkritischen Strömung) entwickelt sich eine symmetrische stationäre Anhebung über der Schwelle ( $t = 12$  h).



**Abbildung 4.12:** Wie Abbildung 4.10, aber für kleinere Zeiten. Die Tiefe der Dichtesprungschicht ist für folgende ausgewählte Zeiten nach der Initialisierung dargestellt: (a)  $t = 5$  min, (b)  $t = 10$  min, (c)  $t = 15$  min, (d)  $t = 20$  min, (e)  $t = 25$  min und (f)  $t = 30$  min. Diese Abbildung zeigt die "Überflutung" der Schwelle durch die untere Schicht für eine fast kritische Strömung. Das Tiefenprofil ist dasselbe wie in den Abbildungen 4.9, 4.10, und 4.11. Man beachte, daß in dieser Abbildung die Tiefenskala von 120 m bis 200 m und die Entfernungsskala von -4 km bis 4 km reicht.

Modellrechnungen (Fälle (b) und (c)) eine horizontale Diffusion eingeführt wurde, um die numerische Stabilität aufrechtzuerhalten. Die modellierten Strömungstypen stimmen zumindest qualitativ mit den Strömungstypen überein, die von *Baines* [1984] experimentell gefunden wurden. Aufgrund der periodischen Gezeitenströmung in der Straße von Messina können alle diese Strömungstypen im Bereich der Schwelle auftreten. Dieser Modelltest zeigt, daß das Erzeugungsmodell verwendet werden kann, die Wechselwirkung einer Gezeitenströmung mit einer Schwelle auch für den Fall zu beschreiben, daß die ungestörte Tiefe der Sprungschicht größer ist als die minimale Tiefe der Schwelle.

### 4.5.2 Test des Ausbreitungsmodells

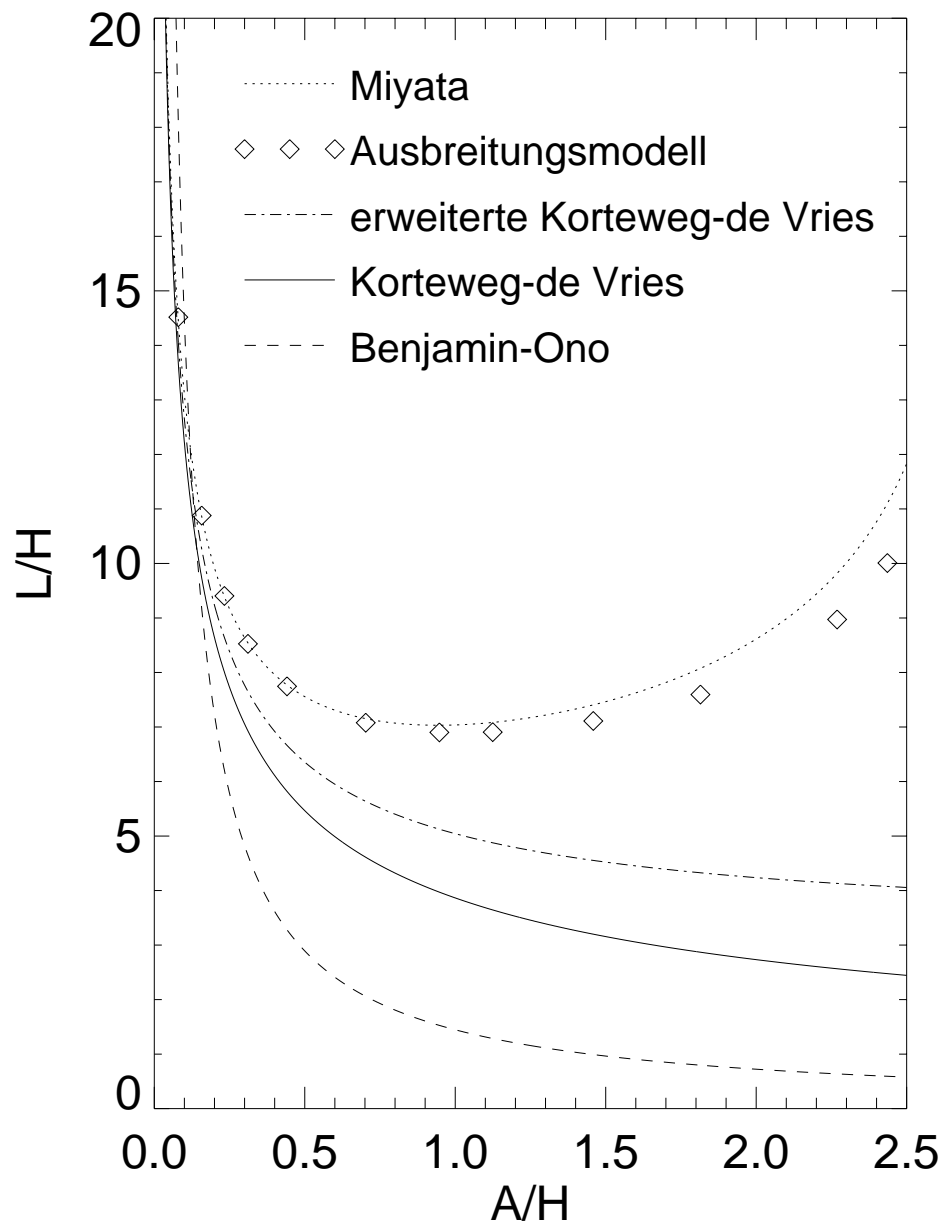
Um das Ausbreitungsmodell zu testen, werden numerische Lösungen der Modellgleichungen (4.3)-(4.6) für interne solitäre Wellen mit analytischen Lösungen verschiedener anderer Gleichungen verglichen. In der Vergangenheit wurden zur Beschreibung interner solitärer Wellen verschiedene Gleichungen mit unterschiedlichem Genauigkeitsgrad entwickelt (siehe auch Abschnitt 2.1). Für den Vergleich mit den numerischen Lösungen des Ausbreitungsmodells werden hier die analytischen Lösungen der Korteweg-de Vries-Gleichung [*Korteweg und de Vries*, 1895; *Djordjevic und Redekopp*, 1978], der erweiterten Korteweg-de Vries-Gleichung [*Koop und Butler*, 1981], der Benjamin-Ono-Gleichung [*Benjamin*, 1967; *Ono*, 1975] und der Miyata-Gleichungen [*Miyata*, 1988] benutzt. Unter diesen Gleichungen sind nur die Miyata-Gleichungen in der Lage, interne solitäre Wellen zu beschreiben, deren Amplitude von der gleichen Größenordnung ist wie die charakteristische Wassertiefe  $H = H_1 H_2 / (H_1 + H_2)$ . Vergleiche der analytischen Lösungen mit Ergebnissen aus Laborexperimenten bestätigten die Anwendbarkeit der Miyata-Gleichungen für eine Beschreibung interner solitärer Wellen großer Amplitude [*Miyata*, 1988].

Zur Vereinfachung wird hier angenommen, daß die Wassertiefe und die Kanalbreite konstant sind, und daß weder horizontale Diffusion noch Reibung wirkt. In den Modellrechnungen wurden folgende Parameter gewählt:  $\Delta\rho/\bar{\rho} = 2 \times 10^{-3}$ ,  $H_1 = 150$  m und  $H_2 = 850$  m. Zur Initialisierung des numerischen Modells wurden die analytischen Lösungen der Korteweg-de Vries-Gleichung für interne solitäre Wellen unterschiedlicher Amplitude benutzt. Mit diesen Anfangsbedingungen rechnet das Modell solange, bis interne solitäre Wellen mit konstantem Profil entstanden sind. Diese Profile, zusammen mit den dazugehörigen Phasengeschwindigkeiten, werden dann für den Vergleich zwischen numerischen Lösungen und den verschiedenen analytischen Lösungen herangezogen. In Abbildung 4.13 ist die Beziehung zwischen Amplitude und Wellenlänge interner solitärer Wellen in dimensionsloser Form für die verschiedenen Modelle dargestellt. Die Wellenlänge der internen solitären Welle (äquivalente Rechteck-Wellenlänge) ist definiert durch

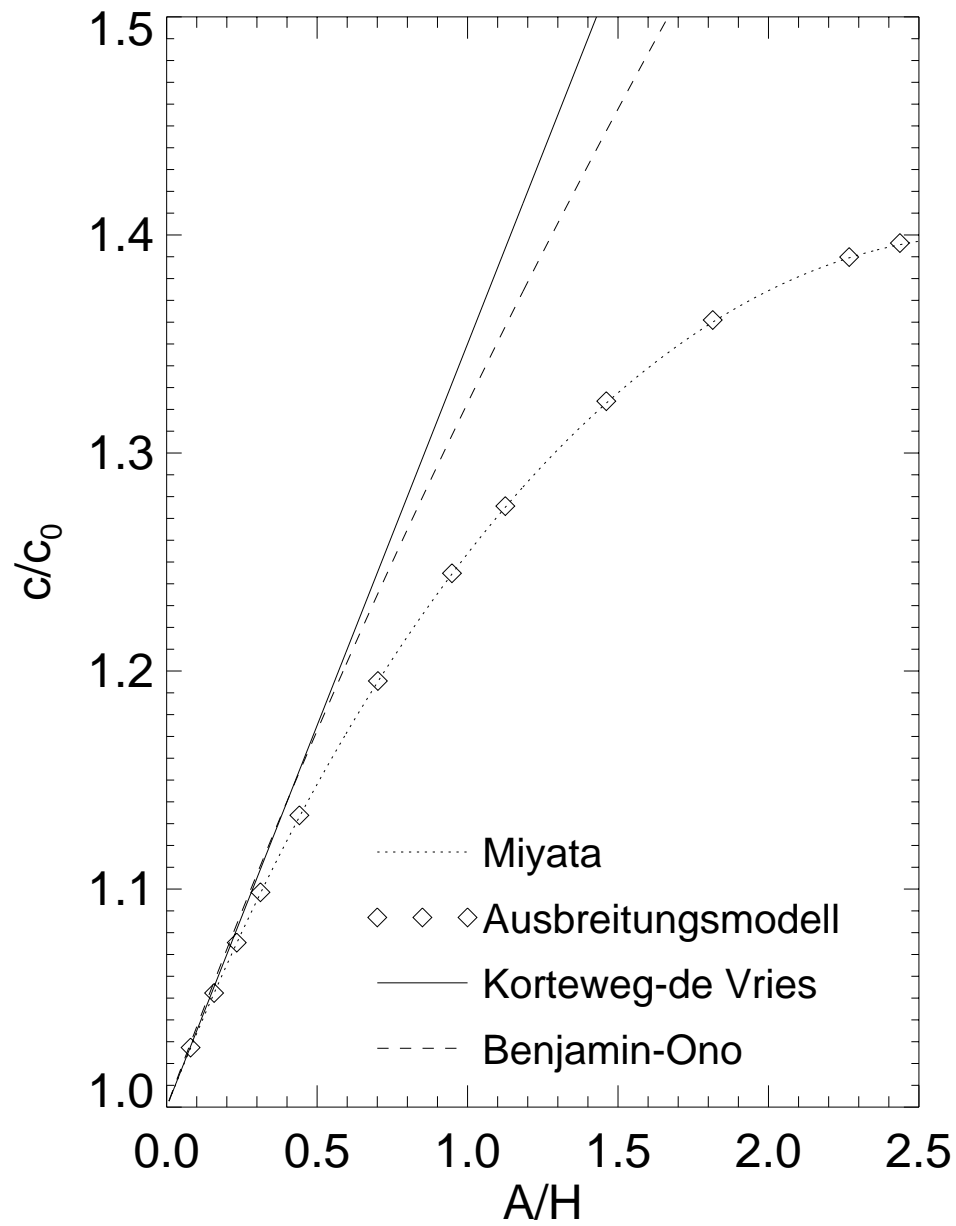
$$L = -\frac{1}{2A} \int_{-\infty}^{\infty} \zeta_2 dx \quad (4.10)$$

wobei  $A$  die Amplitude (Entfernung von Wellenberg zu Wellental) der internen so-

litären Welle ist. Aus Abbildung 4.13 kann man entnehmen, daß sowohl die mit den Miyata-Gleichungen als auch die mit dem Ausbreitungsmodell berechneten Wellenlängen der internen solitären Wellen für große Amplituden ( $A/H > 1$ ) mit der Amplitude zunehmen. Dieses Verhalten resultiert daraus, daß mit zunehmender Amplitude der internen solitären Welle sich der nichtlineare Effekt durch die Bewegung des Wassers in der unteren Schicht erhöht und dazu tendiert, den nichtlinearen Effekt durch die Bewegung des Wassers in der oberen Schicht zu kompensieren. Die mit wachsender Amplitude zunehmende Kompensation dieser beiden Effekte führt zu einer Verringerung des gekoppelten nichtlinearen Effektes, der für die Steilheit der Welle verantwortlich ist, und damit zu einer Vergrößerung der Wellenlänge. Die Vernachlässigung nichtlinearer Terme höherer Ordnung bei der Herleitung der Korteweg-de Vries-Gleichung, der erweiterten Korteweg-de Vries-Gleichung und der Benjamin-Ono-Gleichung führt demzufolge zu einer Überschätzung des nichtlinearen Verhaltens interner solitärer Wellen großer Amplitude. Obwohl die Modellgleichungen (4.3)-(4.6) unter der Annahme hergeleitet wurden, daß die Amplitude klein gegen  $H$  sein soll, zeigt der Vergleich von numerischen Lösungen dieser Modellgleichungen für interne solitäre Wellen mit analytischen Lösungen der Miyata-Gleichungen eine gute Übereinstimmung (siehe Abbildung 4.13 und 4.14). Messungen in der Straße von Messina weisen darauf hin, daß die Amplituden interner solitärer Wellen in dieser Straße oft nicht klein gegen  $H$  sind. Der Modelltest zeigt, daß das Ausbreitungsmodell auch verwendet werden kann, um die Ausbreitung interner solitärer Wellen großer Amplitude zu beschreiben.



**Abbildung 4.13:** Beziehung zwischen dimensionsloser Wellenlänge  $L/H$  und dimensionsloser Amplitude  $A/H$  interner solitärer Wellen. Die Kurven wurden mit verschiedenen (Soliton-) Modellen berechnet.

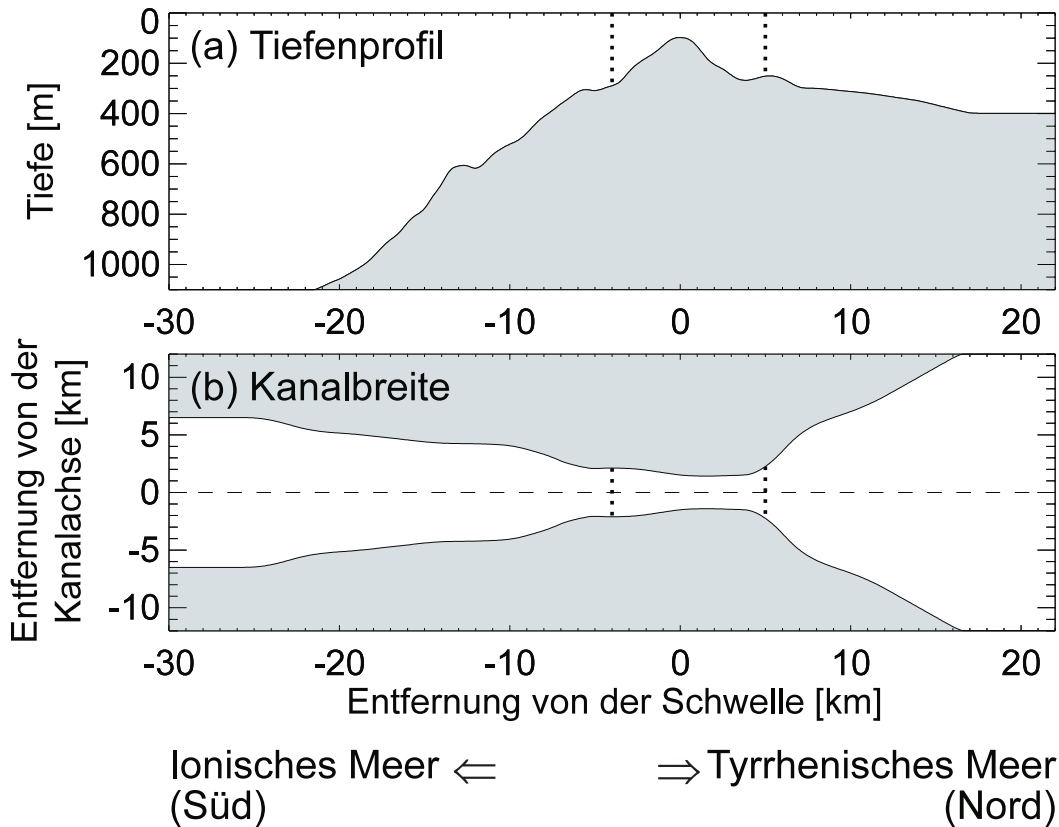


**Abbildung 4.14:** Beziehung zwischen dimensionsloser Phasengeschwindigkeit  $c/c_0$  und dimensionsloser Amplitude  $A/H$  interner solitärer Wellen. Die Kurven wurden mit verschiedenen (Soliton-) Modellen berechnet.

## 4.6 Simulation interner Wellen in der Straße von Messina

### 4.6.1 Modellparameter

In den hier vorgestellten Modellrechnungen wird die Bodentopographie der Straße von Messina (Abbildung 4.1) durch das Tiefenprofil und die Kanalbreite, die in den Abbildungen 4.15a und 4.15b dargestellt sind, angenähert. Das Modell umfaßt



**Abbildung 4.15:** In den Modellrechnungen benutzte Bodentopographie der Straße von Messina. Dargestellt ist (a) das Tiefenprofil und (b) die Kanalbreite. Die vertikalen gepunkteten Linien unterteilen das Modellgebiet in einen Bereich, in dem die internen Boren erzeugt werden (Bereich der Schwelle), und in zwei Bereiche, in denen die Boren in interne solitäre Wellen zerfallen (nördlich und südlich des ersten Bereiches).

einen Bereich von 70 km in Richtung der Kanalachse. In den Abbildungen wird allerdings nur ein Ausschnitt von 52 km gezeigt. Alle Größen werden als Funktion der parallel zur Kanalachse gerichteten Koordinate  $x$  dargestellt. Am Kamm der Schwelle ( $x = 0$ ), im Zentrum der Straße, ist die Wassertiefe (98 m) minimal. Die engste Stelle der Straße von Messina befindet sich 1,5 km nördlich der Schwelle. Dort beträgt die Kanalbreite 2,8 km (Abbildung 4.15). Die Grenzen zwischen dem

Erzeugungsgebiet im Zentrum der Straße und den Ausbreitungsgebieten nördlich und südlich davon wurden so gewählt, daß sie keinen entscheidenden Einfluß auf die Entwicklung der nordwärts und südwärts propagierenden internen Wellen haben. Nach einigen Testrechnungen wurde die Grenze nördlich der Schwelle auf  $x_n = 5$  km und die Grenze südlich der Schwelle auf  $x_s = -4$  km gesetzt. Für  $x_s \leq x \leq x_n$  wird das Erzeugungsmodell benutzt ( $\delta = 0$ ) und außerhalb von diesem Bereich das Ausbreitungsmodell ( $\delta = 1$ ). Die in den Modellrechnungen benutzten Parameter sind in Tabelle 4.1 zusammengefaßt. Das Modell der Straße von Messina wird durch die Vorgabe halbtägiger Gezeitenauslenkungen an beiden offenen Rändern angetrieben. Die Gezeitenauslenkungen wurden in Übereinstimmung mit Daten, die von *Vercelli* [1925] gewonnen wurden, gewählt: Die Gezeitenamplitude am offenen Rand zum Tyrrhenischen Meer ist 17 cm, am offenen Rand zum Ionischen Meer 10 cm, die Phasendifferenz zwischen den Gezeiten der beiden Meere  $174^\circ$  und die halbtägige Gezeitenperiode 12.4 h.

Um die Besonderheiten des beobachteten internen Wellenfeldes in der Straße von Messina zu erklären, werden zwei verschiedene Modellrechnungen mit unterschiedlichen Parametern der ungestörten Tiefe der Dichtesprungschicht  $H_1$  und der relativen Dichtedifferenz  $\Delta\rho/\bar{\rho}$  näher beschrieben. Die erste Modellrechnung repräsentiert eine Situation, in der eine starke saisonale Thermokline in der Straße von Messina vorhanden ist. Die ungestörte Tiefe der Dichtesprungschicht beträgt 30 m und die relative Dichtedifferenz  $1.5 \times 10^{-3}$ . Die zweite Modellrechnung repräsentiert eine Situation, in der keine saisonale Thermokline in der Straße von Messina vorhanden ist. In diesem Fall wird die vertikale Schichtung durch die zwei Wassermassen, die während des gesamten Jahres in dem Gebiet vorhanden sind, das TSW und das LIW, bestimmt. Die ungestörte Tiefe der Dichtesprungschicht beträgt 150 m und die relative Dichtedifferenz  $0.5 \times 10^{-3}$ . Die Simulationen werden wie folgt durchgeführt: Das Modell wird mit der ungestörten Dichtesprungschicht initialisiert. Die Geschwindigkeiten in beiden Schichten sind gleich null. Dann läßt man das Modell solange rechnen, bis sich eine periodische Lösung einstellt.

**Tabelle 4.1:** Modellparameter

Parameter	Definition	Wert
$\Delta x$ , m	räumlicher Gitterabstand	100
$\Delta t$ , s	Zeitschritt	1
$r_{\text{int}}$	interner Reibungsparameter	0.001
$r_{\text{bot}}$	Bodenreibungsparameter	0.01
$A_H$ , $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	horizontaler Diffusionskoeffizient	10

### 4.6.2 Modellrechnung mit einer saisonalen Thermokline

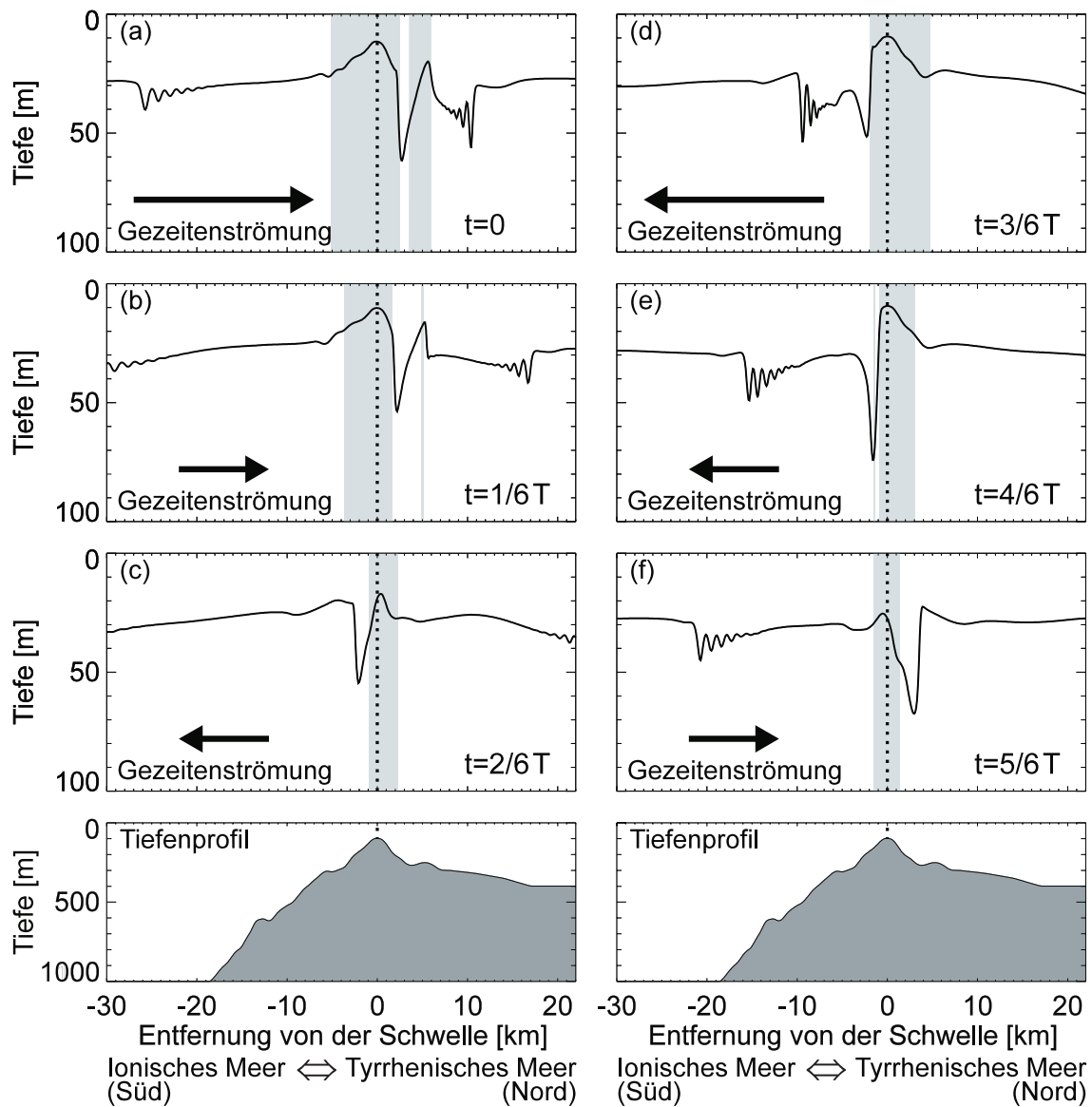
In der Modellrechnung, die in diesem Abschnitt vorgestellt wird, wird angenommen, daß die vertikale Dichteschichtung durch eine saisonale Thermokline bestimmt wird. Die ungestörte Tiefe der Dichtesprungschicht ist 30 m und die relative Dichtedifferenz  $1.5 \times 10^{-3}$ . Die Modellrechnung hat zum Ergebnis, daß über der Schwelle die Amplitude des gesamten Gezeitentransportes 0.55 Sv beträgt, die Amplitude des Gezeitentransportes der oberen Schicht 0.15 Sv und die Amplitude des Gezeitentransportes der unteren Schicht 0.4 Sv. Der mittlere Transport in der oberen Schicht ist 0.02 Sv in das Ionische Meer und in der unteren Schicht 0.06 Sv in das Tyrrhenische Meer.

Abbildung 4.16 zeigt die Tiefe der Dichtesprungschicht zwischen den beiden Schichten für 6 verschiedene Phasen des Gezeitenzyklus, die durch  $1/6$  der Gezeitenperiode  $T$  zeitlich voneinander getrennt sind. In den beiden unteren Feldern dieser Abbildung ist das in den Modellrechnungen benutzte Tiefenprofil dargestellt. Die Pfeile geben die Richtung und die relative Stärke der Gezeitenströmung über der Schwelle an. Die hellgrau schattierten Bereiche in dieser Abbildung kennzeichnen die Gebiete, in denen die Strömung superkritisch ist, d.h., in denen die zusammengesetzte interne Froudezahl  $G$  (definiert durch (3.21)) größer als 1 ist.

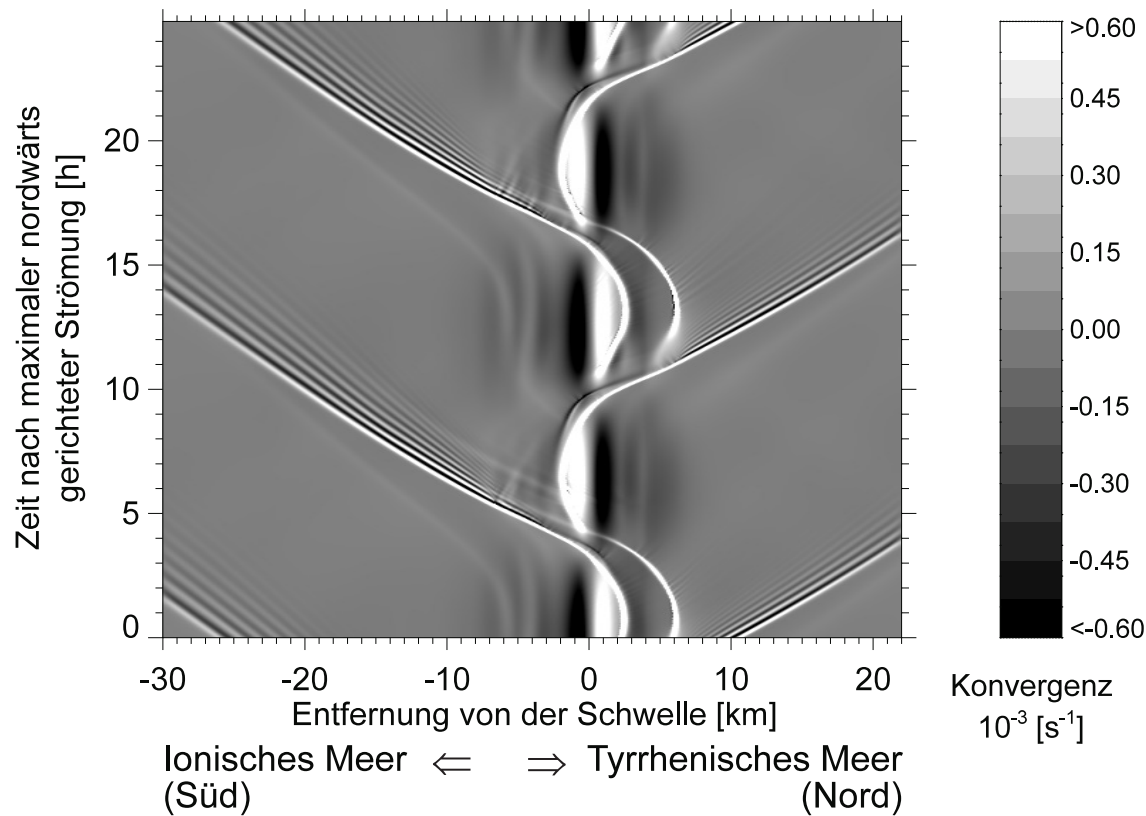
Bei starker nordwärts gerichteter Gezeitenströmung wird die Dichtesprungschicht über der Schwelle nach oben gedrückt, wobei nördlich der Schwelle eine starke Depression der Dichtesprungschicht entsteht (Abbildung 4.16a). Mit Eintreten des Stillwassers beginnt diese Depression oder interne Bore südwärts zu propagieren und überquert schließlich die Schwelle. Aufgrund der Amplituden-Dispersion (nichtlineare Effekte) nimmt die Steilheit der Front der internen Bore zu (Abbildung 4.16c), was zu einer Verstärkung der Frequenz-Dispersion führt. Der gekoppelte Effekt dieser beiden Dispersionen resultiert in dem Zerfall der internen Bore in ein Paket südwärts propagierender interner solitärer Wellen (Abbildung 4.16d und 4.16e). Bei starker südwärts gerichteter Gezeitenströmung wird die Dichtesprungschicht über der Schwelle erneut nach oben gedrückt, wobei südlich der Schwelle eine starke Depression der Dichtesprungschicht entsteht (Abbildung 4.16d). Analog zu der Entwicklung der südwärts propagierenden internen Bore überquert die Depression oder interne Bore die Schwelle und zerfällt in ein Paket nordwärts propagierender interner solitärer Wellen (Abbildungen 4.16a und 4.16b). Man beachte, daß in unmittelbarer Nähe der Schwelle die Formen der nordwärts und südwärts propagierenden internen Wellen sehr ähnlich sind (vergleiche Abbildungen 4.16a und 4.16d), wohingegen sich die Formen in größerer Entfernung von der Schwelle deutlich unterscheiden (vergleiche Abbildung 4.16b und 4.16e). Diese Nord-Süd-Asymmetrie des internen Wellenfeldes in der Straße von Messina ist im wesentlichen das Ergebnis der Nord-Süd-Asymmetrie der Kanalbreite. Nordwärts propagierende interne Wellen werden viel stärker gedämpft als die südwärts propagierenden, da im nördlichen Bereich der Straße von Messina die Kanalbreite größer ist als im südlichen Bereich (Abbildung 4.15).

In Abbildung 4.17 ist für zwei Gezeitenzyklen die simulierte zeitliche und räumliche





**Abbildung 4.16:** Räumliche und zeitliche Entwicklung der Dichtesprungschicht für die Modellrechnung mit einer saisonalen Thermokline. Die Tiefe der ungestörten Dichtesprungschicht ist 30 m und die relative Dichtedifferenz  $1.5 \times 10^{-3}$ . Dargestellt ist die Tiefe der Dichtesprungschicht zu den Zeiten (a) 0, (b)  $1/6T$ , (c)  $2/6T$ , (d)  $3/6T$ , (e)  $4/6T$  und (f)  $5/6T$  ( $T$  bezeichnet die Periode der Gezeit) als Funktion der Entfernung von der Schwelle ( $x = 0$ ). Die Zeit  $t = 0$  ist die Zeit von maximaler nordwärts gerichteter Gezeitenströmung bei Punta Pezzo. Die hellgrau schattierten Bereiche in dieser Abbildung kennzeichnen die Gebiete, in denen die Strömung superkritisch ist. Es ist zu erkennen, wie die Tiefe der Sprungschicht während eines Gezeitenzyklus variiert, und wie sich nordwärts und südwärts propagierende Pakete interner solitärer Wellen entwickeln.



**Abbildung 4.17:** Raum-Zeit-Diagramm der simulierten Oberflächenkonvergenz, die mit internen Störungen verbunden ist, für die Modellrechnung mit einer saisonalen Thermokline. Die Tiefe der ungestörten Dichtesprungschicht ist 30 m und die relative Dichtedifferenz  $1.5 \times 10^{-3}$ . Die Abbildung zeigt die Entwicklung der internen Wellen, die durch die Wechselwirkung der Gezeitenströmung mit der Topographie erzeugt werden, als Funktion der Entfernung von der Schwelle ( $x = 0$ ) und der Zeit nach maximaler nordwärts gerichteter Gezeitenströmung bei Punta Pezzo ( $t = 0$ ). Die Graustufen repräsentieren die Stärke der Konvergenz, die in 1. Ordnung proportional zur Variation des normierten Radarrückstreuquerschnittes ist.

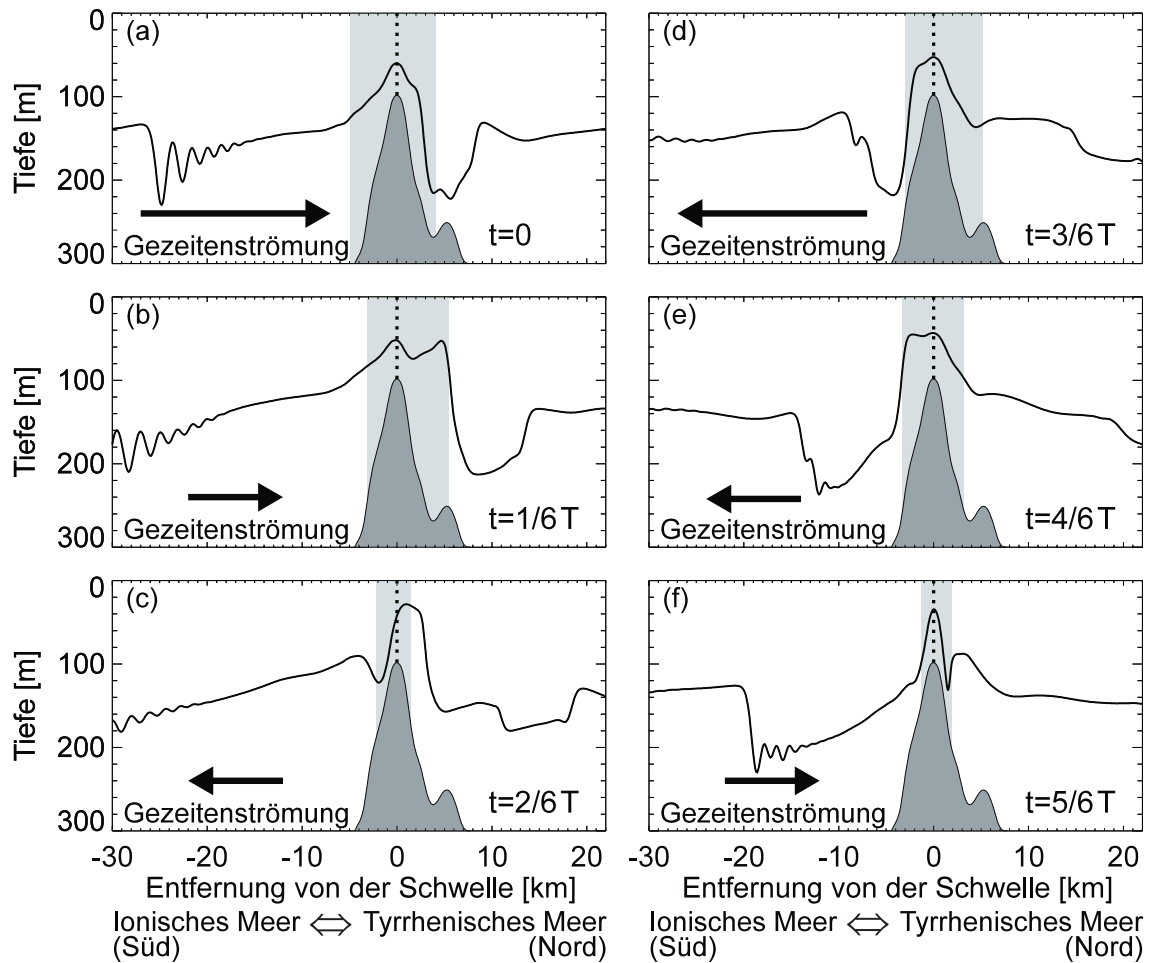
Entwicklung der Oberflächenkonvergenz, die mit internen Störungen verbunden ist, dargestellt. Die Modellrechnung zeigt, daß in diesem Fall sowohl südwärts als auch nordwärts propagierende interne Wellenpakete erzeugt werden. Die quasistationären Konvergenzmuster im Bereich der Schwelle sind mit den starken Depressionen der Dichtesprungschicht in diesem Gebiet verbunden.

#### 4.6.3 Modellrechnung ohne saisonale Thermokline

In der Modellrechnung, die in diesem Abschnitt vorgestellt wird, wird angenommen, daß die vertikale Dichteschichtung nur durch das TSW und das LIW bestimmt wird. Die ungestörte Tiefe der Dichtesprungschicht ist 150 m und die relative Dichtedifferenz  $0.5 \times 10^{-3}$ . Die Modellrechnung hat zum Ergebnis, daß über der Schwelle

die Amplitude des gesamten Gezeitentransportes 0.75 Sv beträgt, die Amplitude des Gezeitentransportes der oberen Schicht 0.4 Sv und die Amplitude des Gezeitentransportes der unteren Schicht 0.25 Sv. Der mittlere Transport in der oberen Schicht ist 0.02 Sv in das Ionische Meer und in der unteren Schicht 0.06 Sv in das Tyrrhenische Meer.

Abbildung 4.18 zeigt die Tiefe der Dichtesprungschicht zwischen den beiden Schichten für 6 verschiedene Phasen des Gezeitenzyklus, die durch  $1/6$  der Gezeitenperiode  $T$  zeitlich voneinander getrennt sind. Die Pfeile geben die Richtung und die rela-

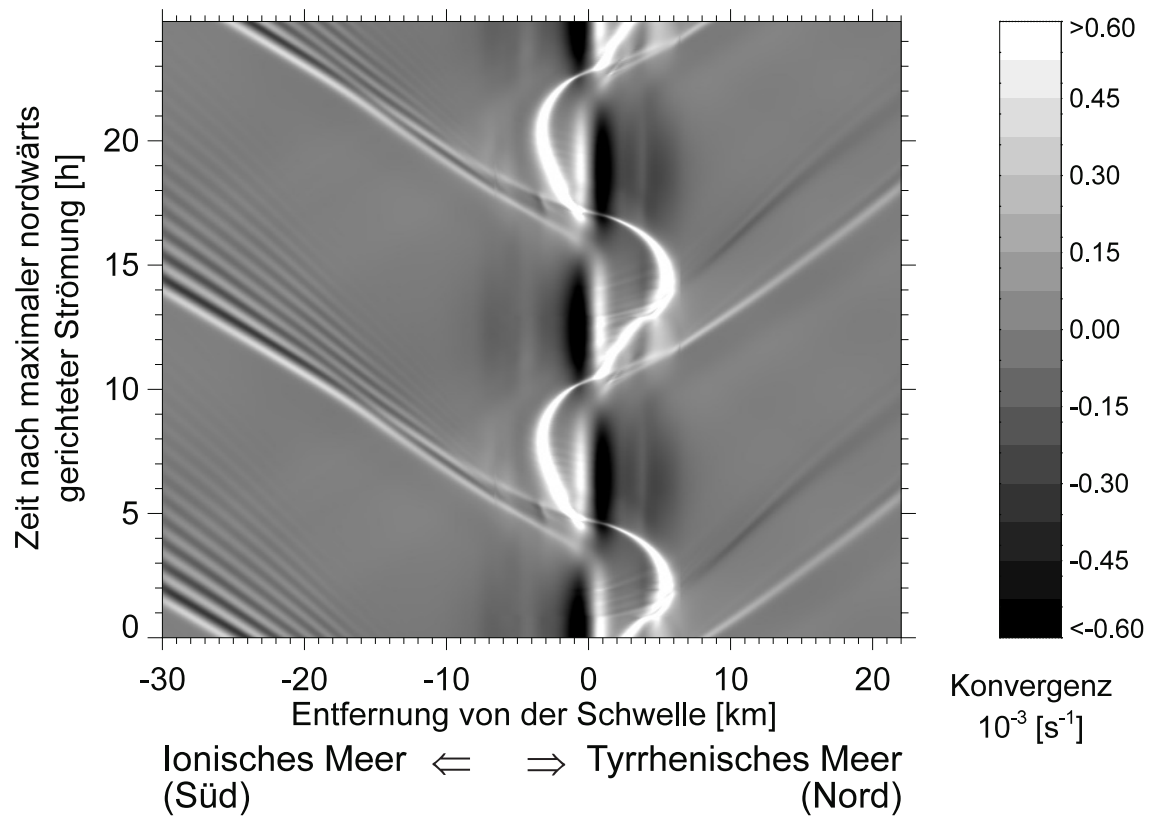


**Abbildung 4.18:** Wie Abbildung 4.16, aber für die Modellrechnung ohne saisonale Thermokline. Die Tiefe der ungestörten Dichtesprungschicht ist 150 m und die relative Dichtedifferenz  $0.5 \times 10^{-3}$ . Man beachte, daß in dieser Abbildung die Tiefenskala von 0 m bis 300 m reicht.

tive Stärke der Gezeitenströmung über der Schwelle an. Die hellgrau schattierten Bereiche in dieser Abbildung kennzeichnen die Gebiete, in denen die Strömung superkritisch ist, d.h., in denen die zusammengesetzte interne Froudezahl (definiert durch (3.21)) größer als 1 ist.

Bei starker nordwärts gerichteter Gezeitenströmung wird die Dichtesprungschicht über der Schwelle nach oben gedrückt, wobei nördlich der Schwelle eine starke Depression der Dichtesprungschicht entsteht (Abbildung 4.18a). Mit fortdauernder nordwärts gerichteter Gezeitenströmung wird die Depression geringfügig nach Norden verfrachtet (Abbildung 4.18b). Mit Eintreten des Stillwassers beginnt die Depression oder interne Bore südwärts zu propagieren. Bei maximaler südwärts gerichteter Strömung hat die interne Bore die Schwelle überquert und, wie im vorangegangenen Abschnitt diskutiert, zerfällt in ein Paket südwärts propagierender interner solitärer Wellen. Die Anzahl der internen solitären Wellen im Wellenpaket erhöht sich dabei mit der Zeit (Abbildungen 4.18f, 4.18a und 4.18b). Bei starker südwärts gerichteter Gezeitenströmung entwickelt sich eine starke Depression der Dichtesprungschicht südlich der Schwelle, welcher die südwärts propagierende interne Bore überlagert ist (Abbildung 4.18d). Bei maximaler nordwärts gerichteter Strömung hat diese Depression oder interne Bore die Schwelle überquert (Abbildung 4.18a) und propagiert nordwärts. Im Gegensatz zur südwärts propagierenden internen Bore ist die Steilheit der Front der nordwärts propagierenden internen Bore gering und innerhalb des Modellgebiets ist kein Zerfall der nordwärts propagierenden Bore in ein Paket interner solitärer Wellen zu verzeichnen (Abbildungen 4.18b und 4.18c). In diesem Fall (Modellrechnung ohne saisonale Thermokline) kann das unterschiedliche Verhalten der nordwärts und südwärts propagierenden internen Boren nicht allein der Nord-Süd-Asymmetrie der Kanalbreite zugeschrieben werden. Hier spielt die Nord-Süd-Asymmetrie des Tiefenprofils eine entscheidende Rolle. Wie schon in Abschnitt 4.5.2 für die Beziehung zwischen Amplitude und Wellenlänge interner solitärer Wellen diskutiert, bestimmt für eine dicke untere Schicht, wie sie südlich der Schwelle anzutreffen ist, der nichtlineare Effekt durch die Bewegung des Wassers in der oberen Schicht die Steilheit der Front der internen Bore. Für eine dünne untere Schicht, wie sie nördlich der Schwelle anzutreffen ist, wird der nichtlineare Effekt durch die Bewegung des Wassers in solch einer Schicht bedeutend und kompensiert den nichtlinearen Effekt durch die Bewegung des Wassers in der oberen Schicht. Die Folge ist die geringe Steilheit der Front der nordwärts propagierenden internen Bore.

In Abbildung 4.19 ist für zwei Gezeitenzyklen die simulierte zeitliche und räumliche Entwicklung der Oberflächenkonvergenz, die mit den internen Störungen verbunden ist, dargestellt. Deutlich zu erkennen ist der Unterschied zwischen den Konvergenzmustern nördlich und südlich der Schwelle. Während die südwärts propagierenden internen Wellen mit alternierenden Oberflächenkonvergenzen und -divergenzen verbunden sind, sind die nordwärts propagierenden internen Wellen nur mit einem einzelnen Band schwacher Oberflächenkonvergenz verbunden (Abbildung 4.19).

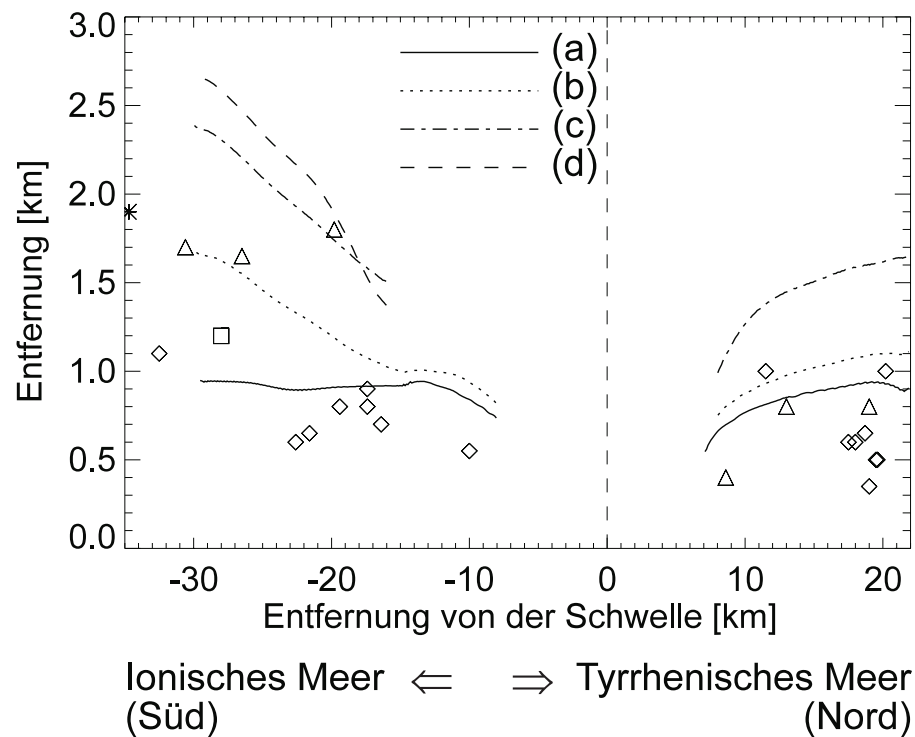


**Abbildung 4.19:** Wie Abbildung 4.17, aber für die Modellrechnung ohne saisonale Thermokline. Die Tiefe der ungestörten Dichtesprungschicht ist 150 m und die relative Dichtedifferenz  $0.5 \times 10^{-3}$ .

## 4.7 Vergleich von Modellrechnungen mit ERS-1/2 Radardaten

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse von Modellrechnungen für verschiedene vertikale Dichteschichtungen mit den Ergebnissen der Analyse der vorhandenen ERS-1/2 SAR-Bilder verglichen. Die in den vorangegangenen Abschnitten vorgestellten Modellrechnungen zeigen, daß das Modell der Straße von Messina in der Lage ist, die Zeit des Loslösens der internen Bore von der Schwelle im Zentrum der Straße zu reproduzieren (vergleiche Abbildung 4.5 mit Abbildungen 4.17 und 4.19). Die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der internen Boren, die mit Hilfe der SAR-Bilder bestimmt wurden, sind jedoch größer als die mit dem Modell berechneten. Die Analyse der ERS-1/2 SAR-Bilder zeigt, daß in den Monaten von Juli bis September die südwärts propagierenden internen Boren sich in den ersten 10 km südlich der Schwelle schneller ausbreiten als im Gebiet weiter südlich (Abbildung 4.5). Der Grund dafür ist, daß die südwärts propagierenden internen Boren, wenn sie sich von der Schwelle lösen, mit der südwärts gerichteten Gezeitenströmung verfrachtet werden. Diese Gezeitenströmung (und damit die Advektion der internen Bore) ist in der Nähe der Schwelle stark und wird weiter nach Süden immer schwächer. Das Modell reproduziert dieses Merkmal der Gezeitenströmung in der Straße von Messina, aber es scheint die Advektion der internen Bore mit der Gezeitenströmung nahe der Schwelle zu unterschätzen. Das könnte dadurch bedingt sein, daß die Reibungsparameter so groß gewählt werden, daß das Entstehen unrealistisch großer Amplituden der internen Wellen im Bereich der Schwelle vermieden wird. Tatsächlich tragen starke Vermischungsprozesse, die im Modell nicht berücksichtigt sind, zur Dämpfung der Amplituden interner Wellen bei. Große Reibungsparameter führen insbesondere im Bereich der Schwelle zu einer Verringerung der Strömungsgeschwindigkeit der Gezeit, welche die Stärke der Advektion der Wellen bestimmt. Deshalb muß die mit dem Modell berechnete Ausbreitungsgeschwindigkeit der internen Boren kleiner sein als die aus der Analyse der ERS-1/2 SAR-Bilder bestimmte Ausbreitungsgeschwindigkeit. Sowohl im Bereich nördlich der Schwelle als auch im Bereich weit südlich der Schwelle ist die Strömungsgeschwindigkeit der Gezeit aufgrund der großen Kanalbreite sehr gering und daher wird in diesem Bereich eine bessere Übereinstimmung zwischen Modell und Beobachtung erzielt als in dem Bereich unmittelbar südlich der Schwelle.

In Abbildung 4.20 ist der mit ERS-1/2 SAR beobachtete (Abbildung 4.6) und der mit dem Modell berechnete Abstand zwischen den ersten beiden internen solitären Wellen in nordwärts und südwärts propagierenden Wellenpaketen dargestellt. Die Modellrechnungen wurden mit jeweils vier verschiedenen Parametern der Tiefe der ungestörten Dichtesprungschicht und der relativen Dichtedifferenz durchgeführt: (a)  $H_1 = 15$  m,  $\Delta\rho/\bar{\rho} = 2 \times 10^{-3}$ ; (b)  $H_1 = 30$  m,  $\Delta\rho/\bar{\rho} = 1.5 \times 10^{-3}$ ; (c)  $H_1 = 90$  m,  $\Delta\rho/\bar{\rho} = 0.5 \times 10^{-3}$  und (d)  $H_1 = 150$  m,  $\Delta\rho/\bar{\rho} = 0.5 \times 10^{-3}$ . Das Modell sagt insbesondere für die nordwärts propagierenden internen Wellenpakete größere Abstände voraus als die mit dem ERS-1/2 SAR beobachteten. Das könnte eine Folge der Vernachlässigung zweidimensionaler Effekte, wie z.B. der Krümmung der Wellenfront,



**Abbildung 4.20:** Abstand zwischen den ersten beiden internen solitären Wellen in einem Wellenpaket als Funktion der Entfernung von der Schwelle. "Karos" bezeichnen Beobachtungen in den Monaten von Juli bis September, "Dreiecke" Beobachtungen in den Monaten von April bis Juni, das "Quadrat" bezeichnet eine Beobachtung im Oktober und der "Stern" eine Beobachtung im Januar. Die Linien wurden mit dem numerischen Modell für jeweils vier verschiedene Parameter der Tiefe der ungestörten Dichtesprungschicht und der relativen Dichtedifferenz berechnet: (a)  $H_1 = 15 \text{ m}$ ,  $\Delta\rho/\bar{\rho} = 2 \times 10^{-3}$ ; (b)  $H_1 = 30 \text{ m}$ ,  $\Delta\rho/\bar{\rho} = 1.5 \times 10^{-3}$ ; (c)  $H_1 = 90 \text{ m}$ ,  $\Delta\rho/\bar{\rho} = 0.5 \times 10^{-3}$  und (d)  $H_1 = 150 \text{ m}$ ,  $\Delta\rho/\bar{\rho} = 0.5 \times 10^{-3}$ .

in den Modellrechnungen sein. Die Krümmung der Wellenfront variiert bei nordwärts propagierenden internen Wellenpaketen besonders stark (vergleiche Abbildungen 4.7 und 4.8). Für die beobachteten internen Wellenzüge mit einer geringen Krümmung der Wellenfront, wie z.B. der Wellenzug aus Abbildung 4.7, wurde eine gute Übereinstimmung zwischen beobachteten und berechneten Abständen zwischen den ersten beiden internen solitären Wellen eines Wellenpakets gefunden. Weiterhin zeigt der Vergleich von Modellrechnungen mit Beobachtungen, daß die beobachteten südwärts propagierenden internen Wellenpakete sowohl mit einer flachen Dichtesprungschicht als auch mit einer tieferen Dichtesprungschicht (bis 90 m) in Verbindung gebracht werden können, die beobachteten nordwärts propagierenden internen Wellenpakete dagegen nur mit einer flachen Dichtesprungschicht. Die beobachteten südwärts propagierenden internen Wellenpakete weisen in den Monaten von Juli bis September einen kleineren Abstand zwischen den ersten beiden internen solitären Wellen auf als in den Monaten von Oktober bis Juni. Für die Monate von Juli bis Sep-

tember ist bekannt, daß eine starke saisonale Thermokline vorhanden ist, die durch eine flache Dichtesprungschicht und eine große Dichtedifferenz gekennzeichnet ist. Für die Monate von Oktober bis Juni ist dagegen anzunehmen, daß die saisonale Dichteschichtung schwächer ist als in den Monaten von Juli bis September. Die Ergebnisse der Modellrechnungen können mit dem Ergebnis der Analyse der in den Monaten von Oktober bis Juni aufgenommenen ERS-1/2 SAR-Bilder in Übereinstimmung gebracht werden, wenn eine Tiefe der Dichtesprungschicht von 90 m und eine relative Dichtedifferenz von  $0.5 \times 10^{-3}$  angenommen wird (Abbildung 4.20). Diese Annahme führt zu berechneten Abständen zwischen den ersten beiden internen solitären Wellen in nordwärts propagierenden Wellenpaketen, die mit dem ERS-1/2 SAR nicht beobachtet wurden. Dieses Ergebnis steht in Einklang mit der Abwesenheit von Oberflächensignaturen nordwärts propagierender interner Wellenpakete in ERS-1/2 SAR-Bildern, die in dem Zeitraum aufgenommen wurden, in welchem keine saisonale Thermokline erwartet wird, d.h. im Winter (siehe Abbildung 4.4). Wenn in den Modellrechnungen eine vertikale Dichteschichtung angenommen wird, die der Schichtung durch das TSW und LIW entspricht, kann keine Übereinstimmung zwischen beobachteten und berechneten Abständen zwischen den ersten beiden solitären Wellen eines Wellenpakets gefunden werden. Obwohl dieser Fakt nicht die Existenz solcher sich tief ausbreitender interner Wellen ausschließt, läßt er vermuten, daß die Oberflächenkonvergenz dieser Wellen zu schwach ist, um zu einer Modulation der Oberflächenrauigkeit zu führen, die mit dem ERS-1/2 SAR meßbar ist.



## 4.8 Zusammenfassung und Schlußfolgerungen

In diesem Kapitel habe ich ein gekoppeltes Zweischichtenmodell vorgestellt, welches in der Lage ist, die Erzeugung und Ausbreitung interner solitärer Wellen in der Straße von Messina zu beschreiben. Dieses Modell ist aus zwei Modellen zusammengesetzt: (1) aus einem hydrostatischen “Erzeugungsmodell” und (2) aus einem schwach nichthydrostatischen “Ausbreitungsmodell”. Das erste Modell beschreibt die Dynamik der Wassermassen im Bereich der Schwelle, wo die internen Boren erzeugt werden, und das zweite Modell beschreibt die Dynamik der Wassermassen außerhalb dieses Bereiches, wo die Boren in interne solitäre Wellen zerfallen. Die Gültigkeit der Modelle wurde in Vergleichen von Modellergebnissen mit Ergebnissen anderer Modelle und mit Ergebnissen von Laborexperimenten überprüft, und damit die Anwendbarkeit des in diesem Kapitel vorgestellten Modells zur Beschreibung interner Wellen in der Straße von Messina gezeigt.

Interne Wellen werden in der Straße von Messina durch die Wechselwirkung der Gezeitenströmung mit der flachen Schwelle im Zentrum der Straße erzeugt. Bei nördwärts (südwärts) gerichteter Gezeitenströmung wird eine starke Depression der Dichtesprungschicht nördlich (südlich) der Schwelle erzeugt, welche sich in eine südwärts (nordwärts) propagierende interne Bore entwickelt und eventuell in ein Paket interner solitärer Wellen zerfällt.

Die große Anzahl der ERS-1/2 SAR-Bilder, die über der Straße von Messina und den angrenzenden Meeresgebieten aufgenommen wurden, macht zum ersten Mal eine systematische Analyse des internen Wellenfeldes dieser Region möglich. Aus dieser Analyse gehen verschiedene Besonderheiten des internen Wellenfeldes hervor: (1) sowohl nordwärts als auch südwärts propagierende interne Wellen werden in der Straße von Messina erzeugt, (2) südwärts propagierende interne Wellen werden häufiger beobachtet als nordwärts propagierende interne Wellen, (3) Oberflächen-signaturen südwärts und nordwärts propagierender interner Wellen sind in dem Zeitraum stärker, in welchem die Existenz einer starken saisonalen Thermokline bekannt ist, d.h. im Sommer, (4) südwärts propagierende interne Boren lösen sich von der Schwelle im Zeitraum zwischen 1 und 5 Stunden nach maximaler nordwärts gerichteter Gezeitenströmung bei Punta Pezzo, (5) nordwärts propagierende interne Boren lösen sich im Zeitraum zwischen 2 und 6 Stunden nach maximaler südwärts gerichteter Gezeitenströmung bei Punta Pezzo und (6) die Abstände zwischen den ersten beiden internen solitären Wellen in südwärts propagierenden Wellenpaketen sind in den Monaten von Juli bis September kleiner als in den Monaten von Oktober bis Juni.

Modellrechnungen mit verschiedenen Parametern der Tiefe der Dichtesprungschicht und der Dichtedifferenz haben gezeigt, daß die Oberflächenkonvergenzmuster für eine flache Dichtesprungschicht mit einer großen Dichtedifferenz stärker sind als für eine tiefe Dichtesprungschicht mit einer kleinen Dichtedifferenz. Sowohl das beobachtete als auch das simulierte interne Wellenfeld in der Straße von Messina weisen eine Nord-Süd-Asymmetrie auf. Im Gegensatz zur Straße von Gibraltar, wo die Ost-West-Asymmetrie des internen Wellenfeldes durch die mittlere Austauschströmung

verursacht wird, wird in der Straße von Messina die Nord-Süd-Asymmetrie des internen Wellenfeldes durch die Nord-Süd-Asymmetrie der Bodentopographie verursacht: Die Wassertiefe ist geringer und die Kanalbreite ist größer nördlich der Schwelle als südlich der Schwelle. Die Modellrechnungen zeigen, daß südwärts propagierende interne Wellen stärker ausgeprägt sind als nordwärts propagierende. Dabei ist die Nord-Süd-Asymmetrie des simulierten internen Wellenfeldes um so stärker, je tiefer die ungestörte Dichtesprungschicht angenommen wird. Ein Vergleich der mit dem ERS-1/2 SAR beobachteten und der mit dem Modell berechneten Abstände zwischen den ersten beiden internen solitären Wellen eines Wellenpakets zeigt, daß die beobachteten südwärts propagierenden internen Wellenpakete sowohl mit einer flachen Dichtesprungschicht als auch mit einer tieferen Dichtesprungschicht (bis 90 m) in Verbindung gebracht werden können, die beobachteten nordwärts propagierenden internen Wellenpakete dagegen nur mit einer flachen Dichtesprungschicht.

Die ERS-1/2 SAR-Bilder weisen eine große Variabilität in den Oberflächensignaturen nordwärts propagierender interner Wellen auf. Insbesondere variieren die Krümmung der Wellenfront, die Wellenlänge und die Modulationstiefe. Diese Variabilität könnte das Ergebnis turbulenter Vorgänge sein, die sich am Nordausgang und im engsten Abschnitt der Straße abspielen, und die mit den Wirbeln von Scylla und Charybdis in Beziehung stehen [*Defant*, 1940].

# Kapitel 5

## Ausblick

In dieser Arbeit wurde die Erzeugung und Ausbreitung von internen Wellen in den Straßen von Gibraltar und Messina untersucht. Zu diesem Zweck wurden numerische hydrodynamische Modelle entwickelt, die sowohl die mittlere Strömung und Gezeitenströmung beschreiben als auch deren Wechselwirkung mit der Bodentopographie. Die daraus resultierenden Ergebnisse wurden mit den Ergebnissen der Analyse von Radardaten der ERS-1/2 Satelliten verglichen. Dieser Vergleich hat gezeigt, daß die numerischen Modelle in der Lage sind, viele beobachtete Eigenschaften der Strömungsdynamik dieser Straßen zu simulieren. Es ist allerdings zu bemerken, daß die vorgestellten Modelle auf einer Reihe von idealisierten Annahmen basieren, welche die vollständige Komplexität der Dynamik dieser Straßen nicht widerspiegeln können. Mehrere Erweiterungen der numerischen hydrodynamischen Modelle sind denkbar:

- (1) Eine realistische Beschreibung der Vorgänge sollte Effekte der Erdrotation und der Vermischung in die Modellrechnungen einbeziehen. Insbesondere führen die Effekte der Erdrotation in der Straße von Gibraltar zu einer Neigung der Dichtesprungschicht senkrecht zur Kanalachse. Diese Neigung spielt sowohl für die resultierende Austauschströmung [*Bormans und Garrett*, 1989a] als auch für die Entstehung und Ausbreitung interner Wellen [*Watson und Robinson*, 1991] eine wichtige Rolle. Die Meeresstraßen sind auch Orte starker turbulenter Vorgänge [*Wesson und Gregg*, 1994], so daß die Änderung der Dichte in Richtung der Kanalachse von gleicher Größenordnung sein kann wie die vertikale Dichteänderung [*Bryden und Kinder*, 1991a].
- (2) Die Berücksichtigung atmosphärischer Effekte, wie z.B. Wind und Luftdruckschwankungen, aber auch des vollständigen Spektrums der beobachteten Gezeiten, könnte zu einem besseren Verständnis der Variabilität des Stromsystems in Meeresstraßen führen. So sind z.B. Fluktuationen der Austauschströmung durch die Straße von Gibraltar aufgrund atmosphärischer Effekte [*Candela et al.*, 1989] und Schwankungen in den Ankunftszeiten der gezeiterzeugten internen Wellen bei Gibraltar aufgrund der ganztägigen Gezeit identifizierbar [*Watson und Robinson*, 1990].
- (3) Die vollständige Komplexität der Dynamik von Meeresstraßen kann nur mit

einem dreidimensionalen hydrodynamischen Modell erfaßt werden, das sowohl eine realistische Topographie als auch eine realistische Dichteschichtung berücksichtigt.

Die hier dargestellte Analyse der ERS-1/2 SAR-Bilder beschränkt sich auf die Struktur der mit internen Wellen verbundenen Rauheitsmuster, die auf diesen Bildern sichtbar sind. Eine quantitative Untersuchung der relativen Änderung des normalisierten Radarrückstreuquerschnitts erfordert die Anwendung einer Radarabbildungstheorie höherer Ordnung [Romeiser, 1996a, 1996b], die eine Bestimmung der absoluten Stärke der Oberflächenkonvergenz aus Radarbildern ermöglicht.

Mit der zunehmenden Anzahl von Radarbildern, die über Meeresstraßen aufgenommen werden und die Oberflächensignaturen interner Wellen zeigen, hat man die Möglichkeit, bestimmte Parameter der internen Wellen, wie z.B. den Abstand zwischen den internen solitären Wellen in Wellenpaketen, Stärke der Oberflächenkonvergenz, Ort und Zeitpunkt der Beobachtung relativ zur Phase der Gezeit, über größere Zeiträume zu messen, und ihre Variabilität zu bestimmen. Die gleichen Parameter können durch ein realistisches hydrodynamisches Modell berechnet werden. Bringt man die Modellergebnisse durch Variation der Parameter der Dichteschichtung (unter Voraussetzung eines bekannten Antriebes) in Übereinstimmung mit den Beobachtungen, so hat man damit die Parameter einer wahrscheinlichen Dichteschichtung im betreffenden Meeresgebiet bestimmt.

Die Untersuchung von Meeresstraßen bietet eine potentielle Möglichkeit, den Zustand und die Variabilität angrenzender Meeresgebiete zu erfassen [Bryden und Kinder, 1991a]. Die Fernerkundung der Meeresstraßen kann in Verbindung mit hydrodynamischen Simulationen zur Verwirklichung dieser Möglichkeit beitragen.

# Danksagung

Ich danke Herrn Prof. Alpers für die Betreuung und Begutachtung meiner Arbeit sowie für die vielfältige Unterstützung, die er mir als Mitarbeiter in seiner Arbeitsgruppe zuteil werden ließ.

Weiterhin danke ich Herrn Prof. Jan Backhaus für die hilfreichen und anregenden Gespräche sowie die Betreuung und Begutachtung meiner Arbeit.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Angelo Rubino für die vielen wertvollen Diskussionen und Anregungen und für sein Lawinenmodell, das er mir für diese Arbeit zur Verfügung stellte.

Mein Dank richtet sich außerdem an die Kolleginnen und Kollegen des Instituts für die gute Zusammenarbeit und die angenehme Arbeitsatmosphäre.

Für fachliche Diskussionen und Hilfe bei der Lösung technischer und wissenschaftlicher Probleme bedanke ich mich herzlich bei Herrn Dimitri Gamarnik, Herrn Roland Romeiser, Herrn Jochen Kämpf, Frau Saskia Esselborn, Frau Sigrid Schöttle, Frau Katrin Heßner und Herrn Heinz-Hermann Essen.

Herrn Roca von der Sociedad Española de Estudios para la Comunicacion Fija a Traves del Estrecho de Gibraltar (SECEG), Madrid, Spanien, möchte ich dafür danken, daß er mir die digitale Seekarte von der Straße von Gibraltar zur Verfügung stellte.

Diese Arbeit wurde finanziell unterstützt von der Deutschen Agentur für Raumfahrtangelegenheiten (DARA) unter Vertrag 50 EE 9413.

# Literaturverzeichnis

- Alpers, W., Theory of radar imaging of internal waves, *Nature*, 314, 245-247, 1985.
- Alpers, W., and P.E. La Violette, Tide-generated nonlinear internal wave packets in the Strait of Gibraltar observed by the synthetic aperture radar aboard the ERS-1 satellite, in *Proceedings of the First ERS-1 Symposium*, Eur. Space Agency Spec. Publ., ESA-SP 359(2), 753-758, 1993.
- Alpers, W., and E. Salusti, Scylla and Charybdis observed from space, *J. Geophys. Res.*, 88, 1800-1808, 1983.
- Androsov, A.A., N.Ye. Vol'tsinger, B.A. Kagan, and E. Salusti, Residual tidal circulation in the Strait of Messina, *Physics of the Atmosphere and Ocean*, 29, 522-531, 1994.
- Apel, J.R., J.R. Holbrook, J. Tsai, and A.K. Liu, The Sulu Sea internal soliton experiment, *J. Phys. Oceanogr.*, 15, 1625-1651, 1985.
- Apel, J.R., L.A. Ostrovsky, and Y.A. Stepanyants, Internal solitons in the ocean, *Tech. Rep. MERCJRA0695*, Milton S. Eisenhower Res. Center, Appl. Phys. Lab., The Johns Hopkins Univ., Laurel, Maryland, USA, 70 pp., 1995.
- Armi, L., The hydraulics of two flowing layers with different densities, *J. Fluid Mech.*, 163, 27-58, 1986.
- Armi, L., and D.M. Farmer, The internal hydraulics of the Strait of Gibraltar and associated sills and narrows, *Oceanol. Acta*, 8, 37-46, 1985.
- Armi, L., and D.M. Farmer, The flow of Mediterranean water through the Strait of Gibraltar, *Prog. Oceanogr.*, 21, 1-105, 1988.
- Artale, V., D. Levi, S. Marullo, and R. Santoleri, Analysis of nonlinear internal waves observed by Landsat thematic mapper, *J. Geophys. Res.*, 95, 16,065-16,073, 1990.
- Backhaus, J.O., Zur Hydrodynamik im Flachwassergebiet, Ein numerisches Modell, *Dtsch. Hydrogr. Z.*, 29, 222-238, 1976.
- Backhaus, J.O., A semi-implicit scheme for the shallow water equations for application to shelf sea modeling, *Cont. Shelf Res.*, 2, 243-254, 1983.
- Backhaus, J.O., A three-dimensional model for the simulation of shelf sea dynamics, *Dtsch. Hydrogr. Z.*, 38, 165-187, 1985.

- Baines, P.G., A unified description of two-layer flow over topography, *J. Fluid Mech.*, *146*, 127-167, 1984.
- Benjamin, T.B., Internal waves of permanent form in fluids of great depth, *J. Fluid Mech.*, *29*, 559-592, 1967.
- Benny, D.J., Long non-linear waves in fluid flows, *J. Math. & Phys.*, *45*, 52-63, 1966.
- Bignami, F., and E. Salusti, Tidal currents and transient phenomena in the Strait of Messina: A review, in *The Physical Oceanography of Sea Straits*, edited by L.J. Pratt, pp. 95-124, Kluwer Acad., Norwell, Mass., 1990.
- Bormans, M., and C. Garrett, The effect of rotation on the surface inflow through the Strait of Gibraltar, *J. Phys. Oceanogr.*, *19*, 1535-1542, 1989a.
- Bormans, M., and C. Garrett, The effect of nonrectangular cross section, friction, and barotropic fluctuations on the exchange through the Strait of Gibraltar, *J. Phys. Oceanogr.*, *19*, 1543-1557, 1989b.
- Boyce, F.M., Internal waves in the Straits of Gibraltar, *Deep Sea Research*, *22*, 597-610, 1975.
- Bray, N.A., C.D. Winant, T.H. Kinder, and J. Candela, Generation and kinematics of the internal tide in the Strait of Gibraltar, in *The Physical Oceanography of Sea Straits*, edited by L.J. Pratt, pp. 477-491, Kluwer Acad., Norwell, Mass., 1990.
- Bray, N.A., J. Ochoa, and T.H. Kinder, The role of the interface in exchange through the Strait of Gibraltar, *J. Geophys. Res.*, *100*, 10,755-10,776, 1995.
- Bryden, H.L., and T.H. Kinder, Recent Progress in Strait Dynamics, *Review of Geophysics*, Supplement, 617-631, 1991a.
- Bryden, H.L., and T.H. Kinder, Steady two-layer exchange through the Strait of Gibraltar, *Deep Sea Res., Part A*, *38*, 445-463, 1991b.
- Bryden, H.L., J. Candela, and T.H. Kinder, Exchange through the Strait of Gibraltar, *Prog. Oceanogr.*, *33*, 201-248, 1994.
- Candela, J., C.D. Winant, and H.L. Bryden, Meteorologically forced subinertial flows through the Strait of Gibraltar, *J. Geophys. Res.*, *94*, 12,667-12,679, 1989.
- Candela, J., C.D. Winant, and A. Ruiz, Tides in the Strait of Gibraltar, *J. Geophys. Res.*, *95*, 7313-7335, 1990.
- Cavanie, A.G., Observations oceanographiques dans le détroit de Gibraltar pendant la Campagne PHYGIB (Sept.-Oct. 1971), *Annales Hydrographiques (Paris)*, *1*, 75-84, 1973.
- Crank, J., and P. Nicolson, A practical method for numerical evaluation of solutions of partial differential equations of the heat-conduction type, *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, *43*, 50-67, 1947.
- Dalziel, S.B., Rotating two-layer sill flows, in *The Physical Oceanography of Sea*

- Straits*, edited by L.J. Pratt, pp. 343-371, Kluwer Acad., Norwell, Mass., 1990.
- Deacon, M., *Scientists and the Sea, 1650-1900. A Study of Marine Science*, Academic Press, New York, 1971.
- Defant, A., Scylla und Charybdis und die Gezeitenströmungen in der Strasse von Messina, *Ann. d. Hydr. u. marit. Meteor.*, 5, 145-157, 1940.
- Defant, A., *Physical Oceanography*, 2 volumes, Pergamon, New York, 1961.
- Del Ricco, R., A numerical model of the vertical circulation of tidal strait and its application to the Messina Strait, *Nuovo Cimento Soc. Ital. Fis.*, 5C, 21-45, 1982.
- Di Sarra, A., A. Pace, E. Salusti, Long internal waves and columnar disturbances in the Strait of Messina, *J. Geophys. Res.*, 92, 6495-6500, 1987.
- Djordjevic, V.D., and L.G. Redekopp, The fission and disintegration of internal solitary waves moving over two-dimensional topography, *J. Phys. Oceanogr.*, 8, 1016-1024, 1978.
- Farmer, D.M., and L. Armi, Maximal two-layer exchange over a sill and through the combination of a sill and contraction with barotropic flow, *J. Fluid Mech.*, 164, 53-76, 1986.
- Farmer, D.M., and L. Armi, The flow of Atlantic water through the Strait of Gibraltar, *Prog. Oceanogr.*, 21, 1-105, 1988.
- Frassetto, R., A preliminary survey of thermal microstructure in the Strait of Gibraltar, *Deep Sea Res.*, 7, 152-162, 1960.
- Frassetto, R., Short period vertical displacements of the upper layer of the Strait of Gibraltar, *Tech. Rep. 30*, 49 pp., SACLANT ASW Res. Cent., La Spezia, Italy, 1964.
- Fu, L.L., and B. Holt, Internal waves in the Gulf of California: Observations from a spaceborne radar, *J. Geophys. Res.*, 89, 2053-2060, 1984.
- Garrett, C., M. Bormans, and K. Thompson, Is the exchange through the Strait of Gibraltar maximal or submaximal?, in *The Physical Oceanography of Sea Straits*, edited by L.J. Pratt, pp. 271-294, Kluwer Acad., Norwell, Mass., 1990.
- Gerkema, T., and J.T.F. Zimmerman, Generation of nonlinear internal tides and solitary waves, *J. Phys. Oceanogr.*, 25, 1081-1094, 1995.
- Griffa, A., S. Marullo, R. Santolieri, and A. Viola, Preliminary observations of large-amplitude tidal internal waves near the Strait of Messina, *Cont. Shelf Res.*, 6, 677-687, 1986.
- Halpern, D., Semidiurnal tides in Massachusetts Bay, *J. Geophys. Res.*, 76, 6573-6584, 1970.
- Helfrich, K.R., Time-dependent two-layer hydraulic exchange flows, *J. Phys. Oceanogr.*, 25, 359-373, 1995.



- Hibiya, T., Generation mechanism of internal waves by tidal flow over a sill, *J. Geophys. Res.*, *91*, 7697-7708, 1986.
- Hibiya, T., Generation mechanism of internal waves by a vertically sheared tidal flow over a sill, *J. Geophys. Res.*, *95*, 1757-1764, 1990.
- Hopkins, T.S., E. Salusti, and D. Settini, Tidal forcing of the water mass interface in the Strait of Messina, *J. Geophys. Res.*, *89*, 2013-2024, 1984.
- Jungclauss, J.H., and J.O. Backhaus, Application of a transient, reduced-gravity plume model to the Denmark Strait overflow, *J. Geophys. Res.*, *99*, 12,375-12,396, 1995.
- Kinder, T.H., and H.L. Bryden, The 1985-1986 Gibraltar Experiment: Data collection and preliminary results, *Eos Trans. AGU*, *68*, 786-787, 793-795, 1987.
- Kinder, T.H., and G. Parrilla, Yes, some of the Mediterranean outflow does come from great depth, *J. Geophys. Res.*, *92*, 2901-2906, 1987.
- Koop, C.G., and G. Butler, An investigation of internal solitary waves in a two-fluid system, *J. Fluid Mech.*, *112*, 225-251, 1981.
- Korteweg, D.J., and G. de Vries, On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal, and on a new type of long stationary waves, *Phil. Mag.*, *39*, 422-443, 1895.
- Lacombe, H., and C. Richez, The regime of the Strait of Gibraltar, in *Hydrodynamics of Semi-Enclosed Seas*, edited by J.C.J. Nihoul, pp. 13-73, Elsevier, New York, 1982.
- Lansing, F.S., and T. Maxworthy, On the generation and evolution of internal gravity waves, *J. Fluid Mech.*, *145*, 127-149, 1984.
- La Violette, P.E., and R.A. Arnone, A tide-generated internal waveform in the western approaches to the Strait of Gibraltar, *J. Geophys. Res.*, *93*, 15,653-15,667, 1988.
- La Violette, P.E., and H. Lacombe, Tidal-induced pulses in the flow through the Strait of Gibraltar, *Oceanol. Acta*, *SP9*, 13-27, 1988.
- La Violette, P.E., T.H. Kinder, and D.W. Green III, Measurements of internal waves in the Strait of Gibraltar using a shore-based radar, *Tech. Rep. 118*, Nav. Ocean Res. and Develop. Activ., Natl. Space Technol. Lab., Bay St. Louis, Miss., 13 pp., 1986.
- Liu, A.K., Analysis of nonlinear internal waves in the New York Bight, *J. Geophys. Res.*, *93*, 12317-12329, 1988.
- Long, R.R., Some aspects of the flow of stratified fluids, II. Experiments with a two-layer system, *Tellus*, *6*, 97-115, 1954.
- Longo, A., M. Manzo, and S. Pierini, A model for the generation of nonlinear internal tides in the Strait of Gibraltar, *Oceanol. Acta*, *15*, 233-243, 1992.
- Maxworthy, T., A note on the internal solitary waves produced by tidal flow over a

- three-dimensional ridge, *J. Geophys. Res.*, *84*, 338-346, 1979.
- Maxworthy, T., On the formation of nonlinear internal waves from the gravitational collapse of mixed regions in two and three dimensions, *J. Fluid Mech.*, *96*, 47-64, 1980.
- Melville, W.K., and K.R. Helfrich, Transcritical two-layer flow over topography, *J. Fluid Mech.*, *178*, 31-52, 1987.
- Mesinger, F., and A. Arakawa, Numerical methods used in atmospheric models, *Global Atmospheric Research Programme, GARP Publication Series no. 17, 1*, World Meteorological Organization, Geneva, Switzerland, 1976.
- Miyata, M., Long internal waves of large amplitude, in *Nonlinear Water Waves*, edited by K. Horikawa and H. Maruo, pp. 399-406, Springer-Verlag, New York, 1988.
- New, A.L., and R.D. Pingree, Local generation of internal soliton packets in the central Bay of Biscay, *Deep Sea Res.*, *39*, 1521-1534, 1992.
- Nicolò, L., and E. Salusti, Field and satellite observations of large amplitude internal tidal wave trains south of the Strait of Messina, Mediterranean Sea, *Ann. Geophys.*, *9*, 534-539, 1991.
- Ono, H., Algebraic solitary waves in stratified fluids, *J. Phys. Soc. Japan*, *39*, 1082-1091, 1975.
- Osborne, A.R., and T.I. Burch, Internal Solitons in the Andaman Sea, *Science*, *208*, 451-460, 1980.
- Oğuz, T., E. Özsoy, M.A. Latif, H.I. Sur, and Ü. Ünlüata, Modeling of hydraulically controlled exchange flow in the Bosphorus Strait, *J. Phys. Oceanogr.*, *20*, 945-965, 1990.
- Orlanski, I., A simple boundary condition for unbounded hyperbolic flows, *J. Comput. Phys.*, *21*, 251-269, 1976.
- Pettigrew, N.R., and R.A. Hyde, The structure of the internal bore in the Strait of Gibraltar and its influence on the Atlantic inflow, in *The Physical Oceanography of Sea Straits*, edited by L.J. Pratt, pp. 493-508, Kluwer Acad., Norwell, Mass., 1990.
- Pierini, S., A model for the Alboran Sea internal solitary waves, *J. Phys. Oceanogr.*, *19*, 755-772, 1989.
- Pingree, R.D., and G.T. Mardell, Solitary internal waves in the Celtic Sea, *Prog. Oceanogr.*, *14*, 431-441, 1985.
- Press, W.H., S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, and B.P. Flannery, *Numerical Recipes in FORTRAN: The Art of Scientific Computing*, 2nd ed., Cambridge Univ. Press, New York, 1992.
- Renouard, D.P., and J.M. Baey, Two experimental studies of internal waves generated by tide-topography interaction, *Dynamics of Atmospheres and Oceans*,

- 19, 205-232, 1993.
- Richez, C., Airborne synthetic aperture radar tracking of internal waves in the Strait of Gibraltar, *Prog. Oceanogr.*, 33, 93-159, 1994.
- Romeiser, R., Optimization of a composite surface model for the radar backscattering cross section of the ocean surface as measured by wind scatterometers, in *Proceedings of International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS '96)*, IEEE, Piscataway, New Jersey, in press, 1996a.
- Romeiser, R., Quantitative analysis of radar signatures of underwater bottom topography according to a Bragg-based composite surface model, in *Proceedings of International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS '96)*, IEEE, Piscataway, New Jersey, in press, 1996b.
- Rubino, A., Anregung und Ausbreitung von Tsunami-Wellen, die durch untermeerische Erdrutsche verursacht werden, Ph. D. thesis, University of Hamburg, Hamburg, Germany, 1994.
- Sandstrom, H., and J.A. Elliot, Internal tide and solitons on the Scotian Shelf: A nutrient pump at work, *J. Geophys. Res.*, 89, 6415-6426, 1984.
- Sapia, A., and E. Salusti, Observation of nonlinear internal solitary wave trains at the northern and southern mouths of the Strait of Messina, *Deep Sea Res.*, 34, 1081-1092, 1987.
- Vercelli, F., Il regime dello correnti e delle maree nello stretto di Messina, Comm. Int. del Mediterraneo, Venice, Italy, 1925.
- Wang, D.-P., The Strait of Gibraltar Model: Internal tide, diurnal inequality and fortnightly modulation, *Deep Sea Res., Part I*, 40, 1187-1203, 1993.
- Watson, G., and I.S. Robinson, A study of internal wave propagation in the Strait of Gibraltar using shore-based marine radar images, *J. Phys. Oceanogr.*, 20, 374-395, 1990.
- Watson, G., and I.S. Robinson, A numerical model of internal wave refraction in the Strait of Gibraltar, *J. Phys. Oceanogr.*, 21, 185-204, 1991.
- Wesson, J.C., and M.C. Gregg, Mixing at Camarinal Sill in the Strait of Gibraltar, *J. Phys. Oceanogr.*, 99, 9847-9878, 1994.
- Woodward, P., and P. Colella, The numerical simulation of two-dimensional fluid flow with strong shocks, *J. Comput. Phys.*, 54, 115-173, 1984.
- Ziegenbein, J., Short internal waves in the Strait of Gibraltar, *Deep Sea Res.*, 16, 479-487, 1969.